AD ANNUM MCMXXVI CENTESIMUM
A GEOMETRA KAZANIENSI N. J. LOBACEWSKI
NONEUKLIDEAE GEOMETRIAE SYSTEMATIS INVENTI
CONCELEBRANDUM

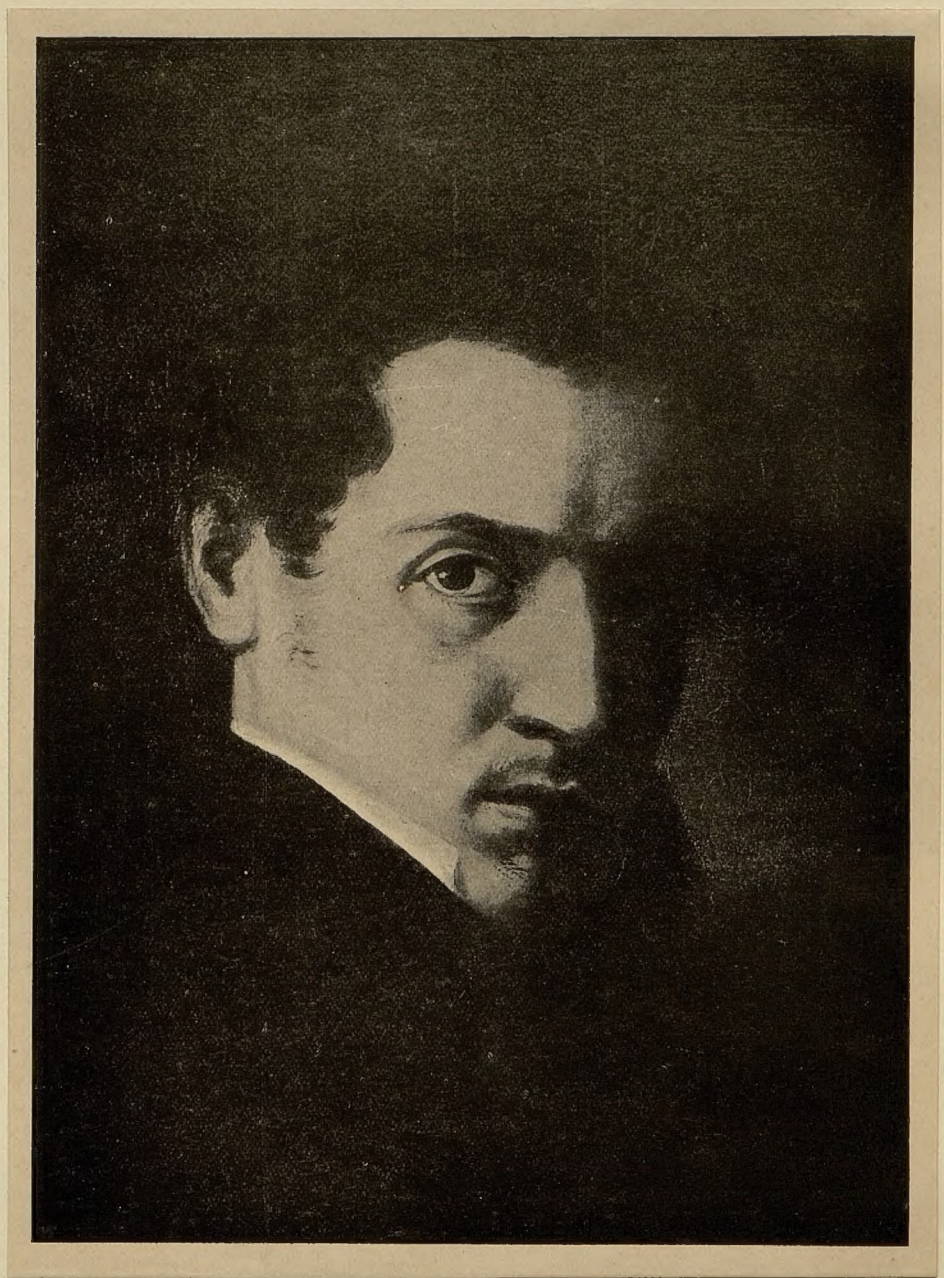
Р - 85970

СТОЛЕТИЕ НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО

EDIDIT
UNIVERSITATIS KAZANIENSIS
PHYSICO-MATHEMATICA SOCIETAS
1927.

[illegible]

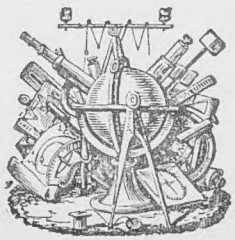
T. Q. [illegible]
QILMI KOTRANO
T. [illegible]
НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
№



А. Т.
МЭ
РИВ
Нау
Б
Ин
Г. Казань—Qazan.
В—85970
Проверено 1949 г.
ПРОВЕРЕНО 2006 г.
РЕКАТ.

24.II. 1826—25.II. 1926.

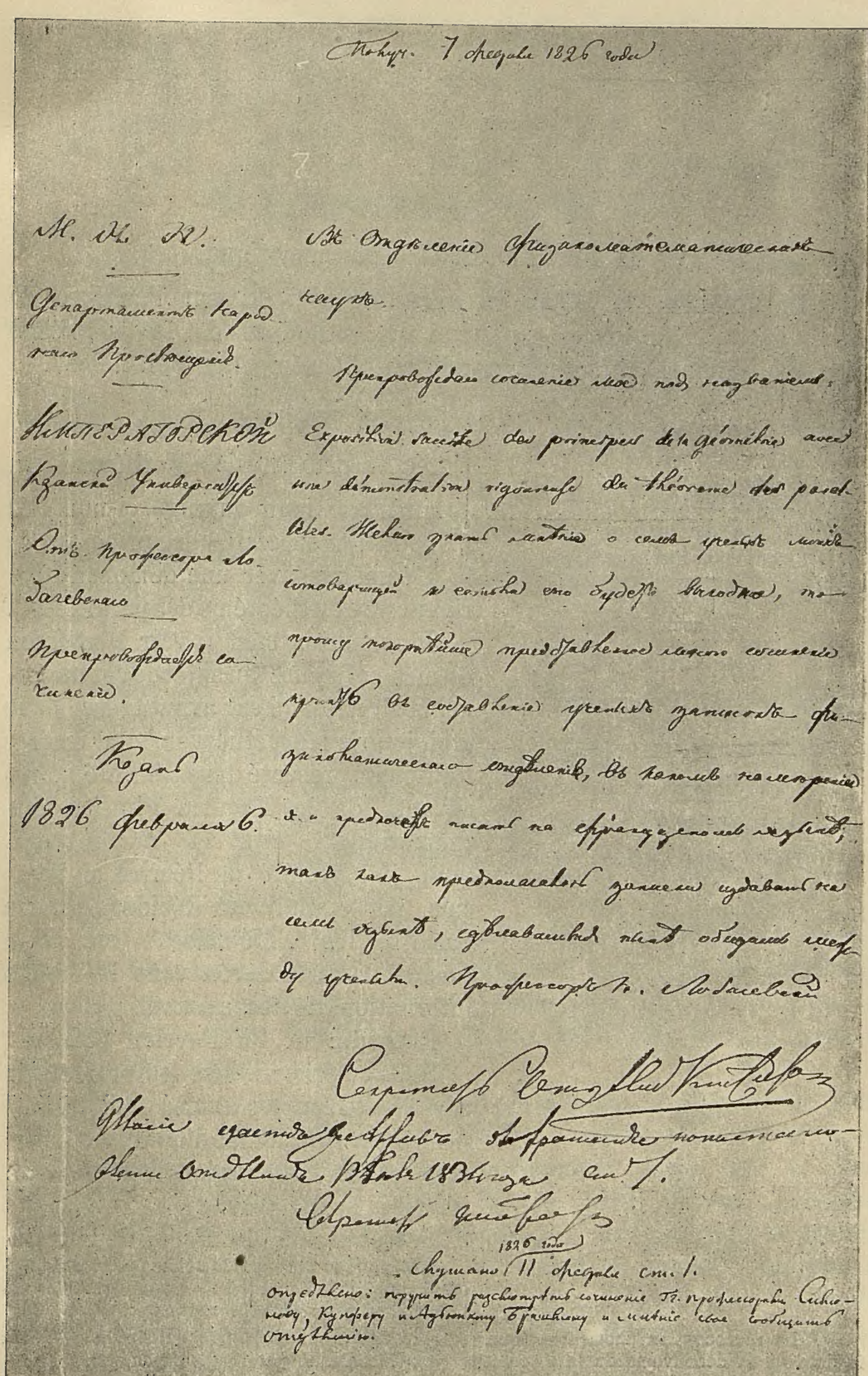
ПРАЗДНОВАНИЕ КАЗАНСКИМ УНИВЕРСИТЕТОМ СТОЛЕТИЯ ОТКРЫТИЯ НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКИМ.



Издание Физико-Математического Общества при Казанском Университете
1927

Издание напечатано под наблюдением
П. М. Дульского в школе Полиграф-
производства им. А. В. Луначарского

Татглавлит. № 1674. Тираж 600
Казань, Полиграфическая школа им А. В. Луначарского. Черноозерская, 9.



Получ. 7 февраля 1826 года

М. Н. П.

Департамент народного Просвещения.

ИМПЕРАТОРСКОЙ Казанской Университет.

От профессора Лобачевского

Препровождающего сочинение.

Казань

1826 февраля 6.

В Отделение физико-математических наук.

Препровождая сочинение мое под названием: Exposition succincte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles. Желая знать мнение о нем ученых моих сотоварищей и если оно будет выгодно, то прошу покорнейше представленное мною сочинение принять в составление ученых записок физико-математического отделения, в каком намерении я и предложил писать на французском языке, так как предполагаемые записки издавать на сем языке, сделавши этот обычаем между учеными. Профессор Н. Лобачевский

Секретарь Отд. [illegible]

Такие сочинения в архиве не отыскано при составлении Отделения в мае 1834 года ст. 1.

Секретарь [illegible]

Слушано 11 февраля 1826 года ст. 1.

Определено: поручить рассмотреть сочинение Гг. профессорам Симонову, Купферу и Адъюнкту Брашману и мнение свое сообщить Отделению.

L'année 1826, le 11 Février.

Dossier № 3

de la Faculté Physico-Mathématique

La Requête de M-eur le Prof. Lobačewski sur l'analyse de son ouvrage „Exposition succincte des principes de la Géométrie avec une démonstration rigoureuse du théoréme des parallèles".

Reçue le 7 Février 1826.

M. I. P.

DEPARTEMENT
de
l'Instruction Publique

Université Impériale
de Kazan.

De la part de

M-eur le Prof. Lobačewski

Présentation de son ouvrage

Kazan.

le 6 Février 1826.

A la Faculté Physico-Mathématique.

Je présente mon ouvrage çi-nommée „Exposition succincte des principes de la Géométrie avec une démonstration rigoureuse du théoréme des parallèles".

Je voudrais bien savoir l' opinion de mes collegues au sujet de cet ouvrage, et si celle—çi est avantageuse pour moi, je prie réspectueusement d'inserer l'ouvrage présenté dans les „Mémoires savants de la Faculté Physico-Mathématique", c'est la raison pourquoi j'ai préféré de l'écrire en francais, parce qu'il est décidé de faire paraitre les „Mémoires" en cette langue devenue dorénavant la langue internationale des savants.

Entendu: le 11 Fevrier 1826.

Statué: prier m-eurs les professeurs Simonoff, Koupfer et m-eur l'adjoint-professeur Braschman d'analyser l'ouvrage et de communiquer leurs opinions à la Faculté.

Sécrétaire de la Faculté Kittara.

Cette affaire est envoiée selon l'ordre de la Faculté du 10 Juillet 1834 § 1 aux Archives de l'Université pour la conservation.

La réproduction photomécanique (3:4) du document historique qui fixe absolument la date de la découverte de la Géométrie Non-Euclidienne par N. J. Lobacewski.

24 февраля 1826—25 февраля 1926.

Воспроизведенный исторический документ был найден в январе 1926 г. в Университетском Архиве, при специальном его пересмотре.

Он юридически устанавливает 12/24. II. 1826 г., дату открытия Неэвклидовой Геометрии, как день оффициального рассмотрения и защиты разсужденія подъ названіем: Exposition succincte des principes de la Géométrie etc., читаннаго в засѣданіи Отдѣленія Физико-Математическихъ Наукъ, 12 февраля 1826 года, как устанавливает и сам Лобачевский свой приоритет в сноске к заглавию сочинения „О началахъ Геометріи". (Казанский Вѣстник. 1829 г. Кн. № 2).[1]

Теперь мы знаем, что 12/24 II. 1826 г. в заседании Комиссии Отделения Физико-Математических Наук, в составе профессоров—Симонова Купфера, и ад'юнкта Брашмана Лобачевский, вполне сознавая все значение своего открытия, впервые публично излагал и защищал обезсмертившие его имя новые принципы Геометрии, со строгим решением задачи о параллельных, и пути построения неэвклидовой геометрии, вплоть до формулы (12) : $\tan g\frac{1}{2}\Pi(a)=e^{-a}$.

Его открытие, почти на полустолетие опередившее современную ему науку, осталось непонятым, хотя сам Лобачевский в последующих сочинениях, заканчивая свое дело, не смотря на „укусы ос и крики беотийцев", сделал все и для популяризации своих идей. Нужно было время.

Однако в живых традициях Казанского Университета дело Лобачевского и день 12/24. II. 1826 г. всегда привлекали такое же внимание, как и теперь. По инициативе проф. М. А. Ковальского Университет в 1883—86 г. издает первое „Полное Собрание Сочинений Н. И. Лобачевского", присоединив от редакторов биографические сведения, историю и судьбу открытий Лобачевского. Казанское Физико-Математическое Общество и Совет Университета по инициативе проф. А. В. Васильева в 1893 г.

[1] См. Полн. Собр. Соч. Т. I. стрн. 1; стрн. 13 (строки 13—14) и стрн. 18.

устраивают юбилейное чествование дня рождения (22-X) Великого Геометра с учреждением международной премии его имени, раз'ясняя в юбилейных изданиях его научные открытия. Проф. А. В. Васильев исследованиями по поводу студенческих рукописных лекций 1815—17 г. и неожиданно найденного в 1 г. в Попечительском Архиве Учебника Геометрии Н. И. Лобачевского 1823 г. установил развитие идей Лобачевского при открытии неэвклидовой геометрии. Наконец в 1923 г. 30-IV, проф. Каз. Ун. Н. Н. Парфентьев вошел в Астрономо-Математическую Предметную Комиссию с обширной запиской о предстоявшей 100-летней годовщине знаменитого дня 12/24. II. 1826 г. и обязанности, лежащей пред Каз. Физ.-Мат. Обществом и Университетом отметить особым чествованием память Великого Геометра, создавшего безграничные миры в области как Математики, так и Натурфилософии, в самом широком смысле этого слова.

Записка, указывая на важность в международном масштабе события, на заинтересованность Академии Наук и всего Государства отметить столетие открытия неэвклидовой геометрии, содержала и конкретные предложения:

1°. Организовать празднование в общесоюзном или международном масштабе в Казани.

2°. Привлечь для организации празднования русских и иностранных ученых, Академию Наук и Казанское Физико-Математическое Общество.

3°. Одной из главнейших задач поставить издание новых и переиздание всех сочинений Н. И. Лобачевского полностью.

4°. В виду желательности отметить дату изданием особого ученого сборника статей по поводу творчества Н. И Лобачевского, привлечь к созданию такого сборника как русских, так и иностранных ученых.

5°. Избрать особую архивную комиссию для новаго исследования всех архивных дел, связанных с именем Н. И. Лобачевского.

6°. Избрать Казанский Комитет для организации и проведения юбилея.

Предметная Комиссия приняла проэкт проф. Н. Н. Парфентьева и избрала юбилейную комиссию, куда вошли председателем проф. Н. Н. Парфентьев, членом проф. Н. И. Порфирьев и секретарем Доц. П. А. Широков. Той же комиссии поручены архивные работы. Состав комиссии был пополнен приглашением заслуж. проф. А. В. Васильева и проф. В. Ф. Кагана, живущих в Москве, и академика В. А. Стеклова—в Ленинграде.

Состав комиссии и программа были утверждены Правлением Университета.

Начавшаяся переписка, сношения и ходатайства имели следующие результаты:

1°. Выяснилось, что новое критическое издание полного собрания сочинений Н. И. Лобачевского берет на себя Московское Государственное Издательство; к сотрудничеству были приглашены представители Физ.-Мат. Общества.

2°. Ходатайство о восстановлении международной премии имени Н. И. Лобачевского ко дню юбилея 25-II. 1926 г. с об'явлением конкурса имело полный успех.

3°. Оказалось возможным издание научного сборника „In memoriam N. J. Lobačewsky", Volumen II.

4°. Одобрена организация юбилейных торжеств в Казани путем устройства заседаний Совета Университета и Физико-Математического Общества, при участии Правительства Татарской Республики и приглашенных, при его содействии, иногородних лиц и делегатов от учреждений Союзных Республик.

5°. Главнаука за № 11740 от 8-IX. 1925 г. в секретариат коллегии Н.К.П. дала такое заключение: „по вопросу о праздновании 100-летняго юбилея Н. И. Лобачевского Главнаука всецело поддерживает предложение Казанского Физико-Математического Общества. Главнаука уже внесла в связи с предстоящим юбилеем в смету 1925—26 г. расход в 1000 рублей на выдачу премии имени Н. И. Лобачевского и не встречает препятствий к приданию этой премии международного характера: до Революции Общество выдавало регулярно премии, при чем целый ряд выдающихся иностранных ученых принимал участие в конкурсах присылкой своих работ или на премию, или в виде рецензий. По мнению Главнауки возобновление международной премии будет способствовать связи СССР с западной наукой и вполне соответствует мировому значению Лобачевского".

Подписи: И. О. Зав. Главнаукой: А. Пинкевич.
За Зав. Научным отделом: Эйгес.
И. О. Зав. Секретариатом: Лукьянов.

6°. Президиум Коллегии Народного Просвещения 24/IX. 1925 г. за № 43/294 препроводил в Главнауку и в Главпрофобр такую выписку из протокола своего заседания:

Слушали: 16. О 100-летнем юбилее открытия Н. И. Лобачевским Неэвклидовой Геометрии.

Постановили: 16. а) считать целесообразным учредить международную премию имени проф. Н. И. Лобачевского; б) принять к сведению заявление Главнауки и Главпрофобра об ассигновании следующих сумм на празднование 100-летняго юбилея со дня открытия Неэвклидовой системы Н. И. Лобачевским—из средств Главнауки: 1000 рубл.—премия; 300 руб.—организация торжеств; 2000 руб.—издание сборника „In memoriam N. I. Lobačewsky"; 1000 руб.—дополнительно на издание еще неизданных трудов Н. И. Лобачевского.

7°. По докладу делегированных Правлением Университета лиц в Ц.И.К. С.А.Т.Р. Правительство Татарской Республики ассигновало Правлению Университета 1500 руб. на приведение в порядок актового зала Университета и другие расходы, связанные с торжествами, и Казанскому Физико-Математическому Обществу 600 руб. на путевые расходы иногородних приглашенных гостей.

Популярность имени Лобачевского и широкая информация как внутри Союза, так и заграницей разосланными приглашениями, анонсами программ торжеств 25—26/II 1926 г., газетными статьями проф. Н. Н. Парфентьева имели следствием горячий отклик отовсюду и успех всех задуманных юбилейных предприятий, что ясно видно из нижепомещенных протоколов торжественных заседаний и присланных приветствий Казанскому Университету и Казанскому Физико-Математическому Обществу.

Хроника. Приехавшие гости и делегаты были любезно встречены от имени Правительства Т.Р. и бесплатно устроены в коммунальном Отеле „Казанское Подворье".

Центральный Музей Т С.С.Р. организовал на время пребывания гостей в Казани юбилейную выставку „Н. И. Лобачевский и Казань".

Казанским Физико-Математическим Обществом была организована для гостей выставка книг из отдела „Bibliotheca Lobačewskiana" в Геометрическом Кабинете Университета, где также были собраны все манускрипты Н. И. Лобачевского и относящиеся к нему иконографические материалы.

Вечером 24/II состоялась первая встреча местных научных сил и приехавших гостей для взаимного ознакомления и обсуждения порядка выступлений и распределения времени.

Рано утром 25/II, до начала торжественного заседания, прибывшие гости посетили могилу Лобачевского, заботливо убранную студентами и украшенную эмблемой неэвклидовой параллели из пихтовых ветвей.

25 и 26 февраля в Университетском актовом зале, построенном Лобачевским и вмещающим до 700 посетителей,—состоялись торжественные заседания: 25—соединенное заседание Правления Университета и Совета Казанского Физико-Математического Общества, 26— юбилейное заседание, научного характера, Физико-Математического Общества.

По окончании юбилейных торжеств в Казани, начали поступать сведения о том, как были отмечены день 25/II 1926 г. и имя Н. И. Лобачевского в разных местах С.С.С.Р.

Прежде всего следует упомянуть Москву. Московское Математическое Общество 26/III. 1926 г. посвятило чествованию даты торжественное заседание, на котором были заслушаны следующие доклады:

Заслуж. Проф. А. В. Васильев: Лобачевский и Московский Университет.

Доцент Н. А. Глаголев: О группах проэктивных пространств.

Проф. В. Ф. Каган: Больяй, Лобачевский, Гаусс.

В той же Москве, в Институте Инженеров Транспорта, было также организовано заседание, на котором выступали проф. А. П. Котельников, Н. А. Глаголев, П. А. Безсонов, В. П. Зылев и А. Эйгес.

Ленинградское Физико-Математическое Общество также имело торжественное заседание, посвященное празднованию столетия.

В Харькове по постановлению Главнауки было проведено 21/III. 1926 г. публичное заседание, организованное Харьковским Математическим Обществом, Физико-Математическими исследовательскими кафедрами и кафедрой Философии Института Марксизма. Выступали с докладами:

1. Проф. Д. М. Синцов. О Лобачевском и Геометрии Лобачевского.

2. Проф. Герасимович. Неэвклидова Геометрия и астрономические данные о структуре пространств.

3. С. Ю. Семковский. Лобачевский, Кант и Эйнштейн.

Кроме того 25/III. в заседании Харьковского Математического Общества проф. Д. М. Синцовым было сделано сообщение о Казанском юбилее, о возобновлении премии имени Лобачевского и о новом издании „Собрания его сочинений", а также еще раньше, 8/III, проф. Д. М. Синцовым была прочитана лекция о Лобачевском и Казанском юбилее для студентов Харьковского И. Н. О.

Подобного же рода торжества устраивались Северо-Кавказским Университетом, Бакинским Университетом, Дальневосточным и др. Откликнулись на знаменательную дату и средние школы, как, напр., Самарский Техникум.

Из присланных газет видно, что чествование 25/II. 1926 г. захватило разные слои Общества. Так из Парижа получена газета „Парижский Вестник“ № 246. 25 II. 1926 со статьей горного инженера А. Коленского: 70-летие со дня кончины Н. И. Лобачевского и 100-летие „Геометрии Лобачевского“.

В Пензенской газете № 51 X. Чаликовым помещена заметка „Н. И. Лобачевский в Пензе“, где указывается, что появившееся в Пенз. № 28. Губ. Вѣд. 1842 г. 10/VII описание солнечного затмения принадлежит перу Н. И. Лобачевского; повидимому дело идет об отчете Лобачевского, напечатанном в Журнале Мин. Нар. Просв. за 1843. Наконец отметим необычную форму участия в юбилее не специалиста математика, инженера И. В. Шавельскаго с Мотовилих. Оруд. завода близь Перми, приславшаго свой труд „Аналитическая Геометрия для пространства Лобачевского“.

Все материалы, относящиеся к юбилею 25/II. 1926 г. также как и относящиеся к юбилею 22/X. 1893, хранятся в Bibliotheca Lobačewskiana Казанского Физ-Мат. Общества.

Юбилейная Комиссия:
Проф. Н. Н. Парфентьев.
Проф. Н. И. Порфирьев.
Доцент П. А. Широков.

ПРОТОКОЛ

торжественного заседания Правления Казанского Государственного Университета и Совета Казанского Физико-Математического Общества, посвященного столетию со дня открытия геометрической системы Лобачевского.

25 февраля 1926 года.

На эстраде актового зала, переполненного публикой, размещается президиум заседания: 1) Правление Университета в составе: ректора, проф. А. И. Луньяка, проф. А. Н. Мирославского, А. В. Трегулова, А. А. Диковицкого, секретаря М. А. Соловьева и 2) Совет Физико-Математического Общества в составе: председателя проф. Д. Н. Зейлигера, вице-председателя проф. Н. Н. Парфентьева, секретаря Общества Е. И. Григорьева, проф. Н. И. Порфирьева, проф. В. А. Ульянина, проф. В. А. Баранова, доцента П. А. Широкова, Н. П. Пономарева.

Заседание открывается в 1 час дня речью ректора Университета проф. А. И. Луньяка, посвященной чествуемому событию и характеристике выдающейся личности Н. И. Лобачевского, как ученого и администратора. Оратор заканчивает свою речь приветствием гостям, прибывшим на Казанский праздник, и предложением почтить вставанием память знаменитого математика, 70-тилетие кончины которого совпадает с настоящим днем.

Выступивший после проф. А. И. Луньяка председатель Общества проф. Д. Н. Зейлигер останавливается на оценке научных достижений гениального ученого и на значении его в развитии духовной культуры вообще.

Проф. Д. Н. Зейлигер приветствует присутствующих на празднике русских ученых и в особенности основателя Общества, бывшего в течение многих лет его председателем, заслуженного проф. А. В. Васильева, а также вице-президента Академии Наук СССР академика В. А. Стеклова, бывших воспитанников и научных работников Казанского Университета проф. А. П. Котельникова и проф. Д. М. Синцова.

Ректор Университета вносит предложение пополнить состав Президиума торжественного заседания почетными членами и просит

занять места в президиуме следующих лиц: проф. М. Э. Нонинского (Декан Физмата), С. Алуфа (зам. декана Медфака), М. К. Корбута (зав. Рабфаком), академика В. А. Стеклова, проф. В. А. Костицына (представитель Главнауки и Наркомпроса), Г. Б. Богаутдинова (зам. председателя Татцика), В. П. Ануфриева (зам. председателя Совнаркома), тов. Тагирова (врид. Наркомпроса), К. А. Ратехина (пред. Татпрофсовета), Н. Б. Векслина (уполномоченный Наркомпроса), тов. Иванова (зам. пред. Горсовета) и представителей научных учреждений и научных обществ: проф. А. В. Васильева, проф. А. П. Котельникова, проф. В. Ф. Кагана, проф. Д. М. Синцова, проф. Н. М. Гюнтера, (представитель Ленинградского Университета) проф. В. В. Степанова, (представитель Московского Университета) проф. А. Я. Гордягина, проф. В. М. Аристовского и проф. А. В. Фаворского.

После краткого перерыва заседание возобновляется речью заслуженного профессора А. В. Васильева, в которой оратор, сообщив биографические сведения о Н. И. Лобачевском, дает яркую характеристику Казанского профессора, как человека, гениального ученого и выдающегося администратора, оставившего неизгладимый след в жизни Казанского Университета.

Председатель Физико-Математического Общества проф. Д. Н. Зейлигер выступает с предложением послать от имени собрания приветствие Геттингенскому Университету и Венгерской Академии Наук. Предложение принимается.

Слово предоставляется Казанскому профессору Н. Н. Парфентьеву для доклада о геометрической системе Лобачевского, ее роли в истории развития физико-математических наук и ее значении в области философии и теории познания. После этого доклада об'является перерыв на 20 минут.

Возобновив заседание, ректор Университета оглашает постановление Татцика и Совнархоза Татреспублики об учреждении конкурса по соисканию премии в 1000 рублей за лучшую работу на тему, указанную Физико-Математическим Обществом, и постановление Татнаркомпроса об учреждении на Физико-Математическом Факультете стипендии имени Лобачевского.

Затем следует ряд приветствий:

Академик В. А. Стеклов, отметив научные заслуги Н. И. Лобачевского, работавшего в чрезвычайно тяжелых условиях в мрачные времена Магницкого, передает приветствие от имени Академии Наук СССР Казанскому Университету и Физико-Математическому Обществу.

Проф. В. А. Костицин рисует образ Н. И. Лобачевского как гениального новатора, революционизировавшего науку и ее методы, и приветствует Университет и Общество от имени Наркомпроса РСФСР и Главнауки.

С интересной речью выступает проф. В. Ф. Каган как представитель Московского Научно-Исследовательского Института, 1-го Московского Университета, Госиздата и Комиссии по изданию полного собрания сочинений Лобачевского.

Проф. Д. М. Синцов передает приветствие от научных учреждений Украины, Харьковского Математического Общества, Главнауки Украины и секции научных работников г. Харькова.

После этого с приветственными адресами выступают делегаты научных учреждений и организаций г. Москвы (проф. А. В. Васильев, проф. А. П. Котельников, проф. В. В. Степанов, проф. П. А. Безсонов, доц. Н. А. Глаголев, научн. сотруд. С. С. Ковнер), г. Ленинграда (проф. Н. М. Гюнтер, проф. А. Р. Кулишер, студ. Б. И. Адрианов), г. Ростова на Дону (проф. Д. Д. Мордухай-Болтовской, ассист. М. П. Черняев), г. Иваново-Вознесенска (ассист. А. М. Матисова), г. Саратова (проф. Н. Т. Свешников), г. Н. Новгород (Г. А. Остроумов), г. Новочеркасска (проф. М. Ф. Зимин), докладываются телеграммы и адреса, полученные Университетом и Физико-Математическим Обществом от большинства европейских Академий, многих иностранных университетов, научных обществ и наконец различных просветительных организаций и отдельных ученых СССР и г. Казани.

Торжественное заседание закрывается в 5 часов дня.

ПРОТОКОЛ

юбилейного заседания Физико-Математического Общества при Казанском Государственном Университете 26 февраля 1926 года.

В 1 ч. 30 м. председатель Казанского Физико-Математического Общества проф. Д. Н. Зейлигер при секретаре Е. И. Григорьеве открывает публичное заседание предложением избрать почетным председателем этого заседания инициатора и организатора Общества заслуженного профессора А. В. Васильева, стоявшего во главе его в течение 20 лет. Под аплодисменты присутствующих проф. А. В. Васильев занимает председательское место и в своем кратком слове с благодарностью

вспоминает о дружной энергичной работе на благо Общества профессоров А. П. Котельникова, Д. М. Синцова, Д. Н. Зейлигера, Н. И. Порфирьева и покойного проф. Ф. М. Суворова.

Слово предоставляется вице-председателю Общества проф. Н. Н. Парфентьеву для информации о международных конкурсах на соискание премии имени Н. И. Лобачевского, которые устраивались Казанским Физико-Математическим Обществом, начиная с 1897 года.

Конкурсы были организованы в ознаменование столетия со дня рождения Лобачевского, торжественно отпразднованного Университетом и Обществом в 1894 г. Путем сбора пожертвований среди русских и иностранных ученых образовался премиальный фонд, достаточный для того, чтобы каждое трехлетие процентами с него покрывать расход на выдачу премии в 500 руб. за лучшую из представленных работ, относящуюся к области неэвклидовой геометрии и награждать золотыми медалями имени Лобачевского рецензентов премируемых работ.

До мировой войны состоялось пять конкурсов. Соискателями премии имени Лобачевского выступили ученые Германии, Франции, Италии, Англии, Америки и Норвегии. Присуждения премии были удостоены математики, носящие всемирно известные имена: С. Ли, В. Киллинг, А. Уайтхед, Д. Гильберт, Ф. Шур и Л. Шлезингер. Рецензентами выступали как иностранные, так и русские ученые и из них Феликс Клейн, Энгель, Пуанкаре, Андреев, Млодзеевский и Парфентьев были награждены золотыми медалями. Теперь после 14 летнего перерыва конкурсы при содействии Главнауки, отпустившей на премию 1000 рублей, возобновляются.

По поводу об'явления о VI конкурсе берет слово проф. Д. Н. Зейлигер и сообщает, что новое присуждение премии согласно утвержденному Главнаукой положению о премии, должно состояться к сентябрю месяцу текущего года, но в виду необходимости вести сношения с учеными Европы по изготовлению рецензий, имеющими наибольший авторитет и вес, придется, вероятно, отложить суждение о конкурирующих работах до начала нового года. Если принять во внимание, что аналогичная премия установлена еще местным Правительством Татреспублики, то Казанское Физико-Математическое Общество обладает на ближайший период двумя тысячерублевыми премиями имени Н. И. Лобачевского. Проф. Д. Н. Зейлигер выражает благодарность членам Президиума Общества за их хлопоты, увенчавшиеся учреждением 2-х премий.

Проф. Н. Н. Парфентьев получает вновь слово для доклада собранию еще об одном шаге Общества, предпринятом с целью увековечить празднуемое ныне событие. Подобно тому, как это было сделано в 1894 г., Общество в минувшем октябре месяце 1925 г. разослало во все культурные страны мира к виднейшим ученым обращение, приглашавшее их прислать Обществу свои работы для составления международного сборника „In memoriam Lobačewsky", Volumen II.

На этот призыв откликнулись очень многие известные математики как русские, так и иностранные, и Общество имеет теперь в своем распоряжении более 25 оригинальных рукописей, которые будут включены в предположенное Обществом издание, посвященное памяти Лобачевского. Чтобы судить о высокой ценности этого сборника, достаточно назвать имена некоторых авторов, пожелавших принять в нем участие: Blaschke (Гамбург), E. Cartan (Париж), Schouten (Дельфт), Schur (Бреславль), Fréchet (Страссбург), Fano (Турин), Levi (Парма), Engel (Гиссен), Sierpinski (Варшава), Schönflies (Франкфурт на Майне), Nishiuchi (Япония) и др., а также Васильев (Москва), Котельников (Москва), Каган (Москва), Граве (Киев), Крылов (Киев), Гюнтер (Ленинград), Мордухай-Болтовской (Ростов на Дону), Смирнов (Ленинград), Бернштейн (Харьков,) и другие.

С докладом об издании Государственным Издательством полного собрания сочинений Н. И. Лобачевского выступил проф. В. Ф. Каган. Научное руководство изданием поручено Московскому Математическому исследовательскому Институту, который с этой целью уже в 1923 г. образовал комитет под председательством проф. Д. Ф. Егорова из наиболее видных русских ученых, в том числе и Казанских профессоров.

В виду необходимости снабдить издание подробными комментариями, библиографическими указаниями и осветить ту роль, которую сыграли и играют в настоящее время труды и идеи Лобачевского в сфере точных наук и в области философии, было решено пополнить комиссию крупнейшими мировыми авторитетами и просить их принять на себя труд изготовить ряд руководящих статей, раскрывающих значение неэвклидовой геометрии в самых разнообразных и нередко отдаленных научных областях. Такие статьи уже написаны лучшими знатоками и всемирно известными специалистами; они поступили в распоряжение комиссии, переведены на русский язык и вместе с биографией величайшего математика войдут в состав 1 тома предполагаемого издания, которое будет печататься не только на русском языке,

но на языке авторов статей. Остальные томы будут включать собственные труды Лобачевского, как изданые, так и те, которые еще не появились в печати. Богато иллюстрированное и снабженное авторитетными комментариями издание составит превосходный памятник русскому гениальному ученому. Первый том об'емом около 40 листов предположено выпустить к 1 января 1928 года.

После сообщения проф. В. Ф. Кагана зачитываются приветствия Университету и Физико-Математическому Обществу, поступившие в данный день с разных концов мира и различных городов СССР., и затем об'является получасовой перерыв.

Возобновляя заседание, проф. А. В. Васильев предлагает от имени собрания послать приветственную телеграму председателю комиссии по изданию сочинений Лобачевского, профессору 1-го Московского Университета Д. Ф. Егорову; предложение принимается, и собрание переходит к заслушиванию ученых сообщений иногородних гостей, прибывших в Казань на юбилейные торжества. С научными докладами выступают:

1. Проф. В. Ф. Каган „Об отображении n—мерного пространства в n—мерной плоскости".

2. Проф. Н. М. Гюнтер „Об элементарном доказательстве теоремы Могег'а.

3. Проф. А. П. Котельников „О геометрии Лобачевского и принципах относительности".

4. Проф. Н. А. Глаголев „Проект структуры многообразия многих измерений".

5. Проф. А. Р. Кулишер „По поводу одного места в работах Клиффорда".

6. Проф. Д. Д. Мордухай-Болтовской „Основные логические проблемы в математике и Лобачевский".

По предложению почетного председателя проф. А. В. Васильева собрание выносит благодарность юбилейной комиссии, содействовавшей организации торжеств, докладчикам и гостям прибывшим в Казань и, наконец, устроителю редкого культурного праздника, Казанскому Физико-Математическому Обществу, с пожеланием столь же энергично продолжать свою деятельность и впредь на благо науки.

Заседание закрывается в 7 часов вечера.

Вступительная речь ректора Казанского Государственного Университета профессора А. И. Луньяка.

Настоящее заседание посвящается памяти великого геометра Николая Ивановича Лобачевского, воспитанника, профессора и Ректора Казанского Университета.

Ровно сто лет тому назад—25 февраля 1826 года выступил он в заседании отделения физических и математических наук Казанского Университета с сообщением „Краткое рассуждение о началах геометрии". Насколько велико значение гениальных идей, положенных в основу этого рассуждения, идей непонятых и неоцененных современниками и лишь после смерти Лобачевского стяжавших ему всемирную известность—с этим познакомят Собрание представители математической кафедры. Об этом же свидетельствует и многочисленность настоящего Собрания, в составе которого мы отличаем почетных гостей—видных представителей науки и общественности, издалека прибывших в Казань, чтобы разделить с Университетом выпавшую на его долю славу. От имени Университета я приветствую их.

Вся жизнь Лобачевского принадлежала Казанскому Университету. Девятилетним мальчиком поступил он в Казанскую гимназию, деятельность которой неразрывно связана с первыми годами Университета. Четырнадцати лет он был зачислен в число студентов, а с 1811 г. восемнадцатилетним юношей удостоен уже ученой степени магистра физико-математических наук. С 1821 г. мы видим Лобачевского деканом отделения физических и математических наук, заведующим Университетской Библиотекою и Членом Строительного Комитета, а с 1827 года на посту Ректора. Тяжелое наследие получил он, став во главе Университета. Его избранию предшествовал самый темный период в истории Университета—это те годы, когда попечителем Казанского Учебного Округа был Магницкий. Основоположенники Университета, учителя Лобачевского—частью были уволены, частью добровольно покинули Казань, число студентов уменьшилось вдвое, самому Университету угрожало закрытие. Блестяще выполнил Лобачевский возложенную на него задачу. Завершив строительную

программу, разработанную частью еще в бытность его Членом Строительного Комитета, он связал свое имя с рядом учебно- вспомогательных учреждений и доныне обслуживающих Университет; при его участии были закончены переделкой и постройкой и выстроены вновь: главное здание с этим залом, библиотека, астрономическая обсерватория, химическая лаборатория, физический кабинет, анатомический театр и клиники.

Ряд научных достижений, осуществленных в этот период, обнимающий собою девятнадцать лет, поставил Казанский Университет на одном уровне с университетами Западной Европы и создал ему мировую известность трудами сподвижников и учеников Лобачевского, которых он сумел привлечь к сотрудничеству. Не даром историографы той эпохи называют Лобачевского „Устроителем“ Университета.

Скончался Лобачевский 25 февраля 1856 г. ровно через тридцать лет после опубликования им своего знаменитого сообщения.

Таким образом сегоднейшний день столетней годовщины открытия Неэвклидовой Геометрии есть вместе с тем день семидесятилетия смерти того, кто всей своей жизнью являл яркий и вечно достойный подражания образ ученого, все свои силы отдавшего науке и родному Университету.

Предлагаю Собранию почтить светлую память его вставанием.

Речь заслуж. проф. А. В. Васильева.

Николай Иванович Лобачевский и его заветы.

Не без волнения я беру слово в стенах Казанского Университета, с которым меня связывают столь многие светлые воспоминания юности. Но это волнение уступает место радости и благодарности Университету и Физико-Математическому Обществу за то, что для меня снова после многолетняго перерыва явилась возможность говорить в родном городе, в дорогом Университете, оставившем глубокий след и в истории науки, и в истории русского просвещения, и говорить снова о том замечательном человеке, о том глубоком мыслителе, память о котором соединила нас здесь сегодня.

Здесь в этих стенах Казанского Университета воспитывался горячий и шаловливый мальчик, студент Университета, когда ему не исполнилось еще 14 лет, вольнолюбивый юноша, которому не раз угрожали тяжелые последствия его сначала шалостей после „самонадеянности“ и многих „ложных понятий“, как доносил о нем в 1811 г. помощник Инспектора Совету Университета.

Здесь в этих стенах пришлось ему пережить тяжелое столкновение с русскою действительностью в мрачное „лихолетье“ Казанского Университета, связанное с именем Магницкого, и в тех нравственных страданиях, которые пришлось пережить в эти годы ученику профессоров, которые из Германии и из Швейцарии принесли на край тогдашняго образованного мира свои „вольнолюбивые“ мечты, нужно искать об'яснение того, как из жизнерадостного студента и магистра выработался тот пасмурный, сосредоточенный в себе человек, лишь изредка позволявший себе остроумную насмешку или веселый громкий смех, каким он рисуется в воспоминаниях лиц, знавших его в сороковых годах. Здесь-же в этих стенах в течение почти сорока лет протекала его разносторонняя преподавательская деятельность. Не только чистая математика, но и механика, и физика, и астрономия читались им и, как мы знаем и по его печатным работам „Условные уравнения для движения и положения главных осей обращения в твердой системе“, подробный разбор докторской диссертации

А. О. Попова: „Об интегрировании дифференциальных уравнений гидродинамики, приведенных к линейному виду“ и, „Полное затмение солнца в Пензе 26 июня 1842 г.)“, и по сохранившимся в библиотеке Университета и Физико-Математического Общества рукописям и лекциям, горячо интересовали его. Здесь он почти двадцать лет с 1827 до 1845 г. занимал должность ректора и справедливо было сказано одним из его преемников на этом посту Н. Н. Буличем в надгробном слове, произнесенном в день его похорон: „На каждой странице истории Казанского Университета за первое пятидесятилетие его существования с почетом и благодарностью стоит имя Лобачевского“. Любовь к Университету воодушевляла его и тогда, когда он изучал архитектуру для того, чтобы с знанием дела наблюдать за постройкою университетских зданий, и тогда, когда он, как видно из его писем к Мусину—Пушкину (попечителю Казанского Учебного Округа в 1826—1845 г.), заботился о лучшей постановке преподавания и на Медицинском Факультете, и на отделении Восточных наук. Ничто, касавшееся Казанского Университета, не было ему чуждо: он поднял вопрос об учреждении Кафедры истории иностранной литературы и мотивировал его аргументами, свидетельствующими о его большой начитанности в этой области; он с особенною любовью заботился и о библиотеке, и об астрономической обсерватории, и в то-же время он внимательно следил и за хозяйством Клиники, и за состоянием пожарных инструментов, и наконец здесь-же, обдумывая в течение многих лет (с 1815 по 1826 г.) вопрос об основаниях Геометрии, он выработал ту теорию параллельных линий и те научные взгляды, которые дали ему право на имя „Коперника геометрии“. Лекции 1815—1817 г., в которых он давал своим ученикам разнообразные доказательства постулатума Евклида, учебник геометрии 1823 г., в которых он пишет об этих доказательствах, что „они могут только назваться пояснениями, но не заслуживают считаться математическими доказательствами“, и наконец та не дошедшая до нас записка, которую он сто лет тому назад передал на рассмотрение своих товарищей по физико-математическому отделению—таковы три этапа мысли Лобачевского в теории параллельных линий. Со дня 12 февраля 1826 г. для Лобачевского началась новая трагическая страница его жизни. В то время как Гаусс, ранее его развивший систему геометрии, основанную на положении противоположном постулатуму Евклиду, „боясь крика бэотийцев, только в письмах к своим друзьям излагает свои взгляды и найденные им теоремы „анти-евклидовской геометрии“,

Лобачевский всю жизнь стремится познакомить с ней всех товарищей по науке. Он печатает последовательно: „О началах геометрии“(1829—1830), „Воображаемую геометрию“, „Новые начала геометрии с полною теориею параллельных“, Приложение воображаемой геометрии к некоторым определенным интегралам (1835—1838), в 1837 г. он посылает краткое изложение своей „Воображаемой геометрии„ на французском языке в лучший математический журнал того времени—Журнал чистой и прикладной математики, издаваемый в Берлине Крелле, в 1840 г. повидимому через посредство своего товарища по Университету проф. Кнорра печатает на немецком языке „Геометрические исследования“. Наконец в 1855 он, ослепший, передает в сборник, издаваемый по поводу пятидесятилетия Казанского Университета свой последний труд: „Пангеометрию“. Во всех этих сочинениях он различными способами пытается и сделать более понятною свою теорию параллельных линий, и выяснить ее значение, как для решения вопроса о природе пространства, так и для анализа. Но вся эта настойчивость не привела ни к чему; его идеи по своей оригинальности и новизне были непонятны его современникам и мы знаем, как они отнеслись к сочинениям Лобачевского. В Казани все любили и уважали Лобачевского как человека и профессора, но об его воображаемой геометрии говорили как о „горе родившей мышь“ и смотрели на Лобачевского ученого как на чудака. Только проф. П. И. Котельников в своей речи, прочитанной на акте Казанского Университета в 1842 г. на тему „О предубеждении против математики“, выразил свое уважение к трудам Лобачевского и убеждение, что они будут оценены впоследствии.

За пределами Казани Лобачевского осыпали насмешками в известной статье, помещенной в журнале „Сын Отечества“: „Как можно подумать, что г. Лобачевский, ординарный профессор математики, написал с какою-нибудь серьезною целью книгу, которая немного принесла-бы чести и последнему приходскому учителю“?

За границею после появления в Берлине „Геометрических исследований“ в одном распространенном немецком библиографическом журнале появилась заметка об них, которую Гаусс назвал „глупою“. Но именно эта глупая заметка и обратила внимание великого ученого на работу Лобачевского и Гаусс, который не публиковал ни своих взглядов на основания Геометрии, ни своих исследований в области Неевклидовой Геометрии, как в переписке с учеными, интересовавшимися этими вопросами,

(Шумахером, Гертлингом), так и в письмах к самому Лобачевскому и его товарищу И. М. Симонову, с большим уважением отзывался о Геометрических исследованиях и об их авторе. По инициативе Гаусса Лобачевский был избран в 1842 г. членом Корреспондентом Гёттингенского Общества Наук. Это избрание, равно как и избрание в почетные члены Московского Университета в 1855 г., были единственными знаками внимания к его научной деятельности. Он не знал вероятно, что в 1851 г. в глухом венгерском городишке Марош-Вазаргели венгерский ученый Вольфгаш Болиаи, отец Иоганна Болиаи, разделяющего с Лобачевским славу открытия Неевклидовой Геометрии, издал небольшую брошюру с восторженными отзывами о труде Лобачевского.

12 Февраля 1856 г. Лобачевский скончался, ровно через тридцать лет после того знаменательного дня, память о котором собрала нас сегодня в стенах Казанского Университета.

Но вскоре после его смерти началась та работа научной мысли в различных направлениях, в результате которой вопрос о „началах геометрии“ явился одним из важнейших вопросов математики и философии; в связи с этою работою, связанною с именами Бельтрами, Римана, Гельмгольца, Клейна, Софуса Ли, Пуанкаре и многих других ученых выяснялось все более и более значение исследований и идей Лобачевского.

Продолжая исследования Гаусса о поверхностях, Бельтрами изучил так называемые псевдо-сферы (поверхности с постоянною отрицательною кривизною) и показал, что геометрия фигур, начертанных на этих сферах, совпадает—с некоторыми ограничениями—с планиметриею Лобачевского. Обобщая те-же исследования Гаусса, Риман—отчасти и под влиянием философских воззрений Гербарта—создает дифференциальную геометрию многообразий многих измерений и рассматривает пространство, как частный случай такого многообразия; вместе с тем он первый указывает на возможность геометрии Евклида и Лобачевского, геометрии пространства безпредельного, но не безконечного. Гельмгольц был приведен к вопросу об основаниях геометрии своими исследованиями в области физиологической оптики; он ставит вопрос о свойствах пространства в связь с фактами движения твердого тела. Его исследования были исправлены, дополнены и обобщены норвежским геометром Софусом Ли с помощью разработанной им теории групп непрерывных преобразований. Феликс Клейн обратил внимание на независимость проективной геометрии от постулатума Евклида, дал с помощью

теории абсолюта, введенной Кэли в проективную геометрию, новую интерпретацию геометрии Лобачевского и в своей Эрлангенской программе указал на то, что все различные геометрические дисциплины (Евклидова и неевклидова Геометрии, проективная геометрия, аффинная геометрия, анализ положения или топология, геометрия шаров и т. п.) могут быть рассматриваемы как частные случаи общего учения о группах непрерывных преобразований. Подчеркивая в этой программе важное значение данного неевклидовою геометриею доказательства независимости аксиомы о параллельных линиях от других аксиом геометрии, Клейн указал на необходимость проведения подобных-же исследований по отношению к каждой аксиоме геометрии. Ответом на эту задачу, поставленную Клейном, явились работы Паша и Пеано, которые имели целью установить те основные положения, которые „должны охватить весь эмпирический материал геометрии для того, чтобы математику, установившему их уже не приходилось более обращаться к чувственному восприятию“ (Паш). Понятно важное значение этих работ для теории познания.

Вопросы теории познания, связанные с проблемою пространства, привлекли также внимание Пуанкаре, который позже посвятил им многие страницы своих сочинений: „Наука и Гипотеза“, „Значение науки“, „Наука и метод“. Пуанкаре дал также новую интерпретацию неевклидовой геометрии с помощью геометрических образов геометрии Евклида и в своих знаменитых мемуарах о Фуксовых и Клейновых функциях воспользовался геометрией Лобачевского для того, чтобы сделать крупный шаг в вопросе об интегрировании линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка, имеющих важное значение для математической физики.

Но вместе с именами геометров, которые до 1893 г. расширили и обобщили идеи Лобачевского, мы должны в этот день вспомнить с благодарностью и имена тех ученых, которые в разных странах знакомили математические круги с исследованиями Лобачевского и делали его имя более и более известным и славным: Бальцера в Германии, Гуэля во Франции, Баттальини в Италии, Клиффорда в Англии, Тилли в Бельгии, Гальстеда в Америке.

По инициативе Гуэля Казанский Университет в 1868 г. предпринял первое издание всех геометрических сочинений Лобачевского. Особенно деятельное участие в этом издании приняли В. Г. Имшенецкий и Ф. М. Суворов. Работа моего глубокочтимого товарища, покойного Ф. М. Суворова: „О характеристиках

систем многих измерений“ была долго единственною русскою серьезною научною работою в области геометрии многих измерений. Ф. М. Суворов принял также живое участие и в чествовании столетия дня рождения Лобачевского в 1893 г. Благодаря сочувствию русских и иностранных математиков, организовавшее это чествование Физико-Математическое Общество могло собрать капитал, который позволил поставить перед зданием Университета „медную хвалу“ великому русскому ученому. Во всем мире только памятник Лобачевскому в Казани и памятник Ниэльсу Абелю в Осло напоминают человечеству об исследованиях, далеких от всякого практического приложения, но дорогих как свидетельство о великой мощи человеческой мысли, отвлеченной мысли. Вместе с тем Обществом была основана международная премия за сочинения по неевклидовой геометрии и пятикратное присуждение ея (1897—1912) соединило с именем Лобачевского имена выдающихся представителей математической науки конца XIX-го и начала XX-го столетия: Софуса Ли, Клейна, Гильберта, Пуанкаре, Киллинга, Энгеля, Уайтхеда и многих других.

После 1893 г. исследования разнообразных вопросов высшей математики, связанных с неевклидовой геометрией продолжалось еще с большею интензивностью, как об этом можно убедиться в библиографии неевклидовой геометрии, изданной в 1912 г. проф. Соммервилем (ныне профессором Университета в Веллингтоне)[1]. Ряд статей выдающихся современных ученых в подготовленном уже к печати I-м томе полного собрания сочинений Лобачевского предпринятого Московским Математическим Институтом, имеет своею целью выяснить разностороннее значение неевклидовой геометрии. Я ограничусь только указанием на то влияние, которое неевклидова геометрия имела на развитие аксиоматического метода и на ея тесную связь с теориею относительности, имеющею теперь столь большее значение для математического естествознания и для основных вопросов теории познания.

Выше упомянутые работы Паша и Пеано, имевшие целью установить те основные положения геометрии, из которых могла бы быть построена исключительно логическим путем вся совокупность геометрических истин, были завершены сочинением Гильберта „Основания Геометрии“. В этом сочинении важный

[1] В библиографии Соммервиля дано за время с 4-го столетия до Р. Х. 4016 заглавий. Из них 1584 заглавия относится к времени до 1893 г.; остальные 2432 к периоду 1893—1910.

для аксиоматического построения геометрии вопрос об отсутствии противоречия между ея аксиомами был сведен на вопрос об отсутствии противоречия между аксиомами арифметики. От вопроса об аксиомах арифметики Гильберт естественно перешел и к вопросу об системе аксиом анализа, и к вопросу об аксиомах логики; в обоих случаях могут быть поставлены вопросы о противоречии и независимости аксиом. Неевклидовой геометрии может соответствовать не аристотелева логика, и здесь в Казани пятнадцать лет тому назад положено начало этим, требующим страшного напряжения мысли, исследованиям.

Если исследования Гильберта об аксиоматическом мышлении, исходным пунктом которых явился поставленный Лобачевским вопрос о независимости постулатума Евклида от других основных положений Евклидовой геометрии, имеют громадное значение для логики, то для другой философской науки—для теории познания—такое-же значение имеет общая теория относительности. Уже в специальной теории относительности, к которой физики были приведены математическим исследованием уравнений Максвелля, неевклидова геометрия, а именно геометрия Лобачевского, является, как показал югославский математик Варичак, прекрасною иллюстрациею формул этой теории. Мир четырех измерений этой теории есть мир полу-эвклидовский. Еще большее значение приобрела Неевклидова геометрия в 1916 г., когда Эйнштейновская теория относительности связала геометрию и физику, метрику мира событий—неевклидовского многообразия четырех измерений—с тяготением.

Так оба великия достижения последних десятилетий—и аксиоматический метод, и общая теория относительности—или являются осуществленнем одного из заветов Лобачевского, или выясняют нам зачение тех его идей, которые еще недавно могли казаться парадоксальными.

В одной из рукописей, сохранившихся до нас, Лобачевский в следующих словах формулирует свои взгляды на построение науки: „Для науки надобно всегда желать, чтобы она стала на твердом основании, чтобы строгость и ясность сохранились в ея началах, как они делаются первым достоинством в ея продолжении“.

Идеалу строгости и ясности не соответствовали прежде всего начала геометрии. Геометрия начинается, по его мнению „с темных, даже ложных понятий“. „Пространство, протяжение, место, тело, поверхность, линия, точка, направление, угол—слова, которыми начинают

геометрию, но с которыми никогда не соединяют ясного понятия". В результате—целый ряд „безполезных исследований". В течении двух тычяч веков ученые стремились оправдать теорию параллельных линий, данную Евклидом, то принимая за основное понятие—направление, то прибегая к аксиомам отличным от аксиомы Евклида, то считая за несомненную истину, что углы не могут зависить от самих сторон, но зависят только от их отношения. Лобачевский напротив с поразительною настойчивостью старался выяснить своим современникам возможность иной теории параллельных линий, отличной от теории Евклида, теории допускающей зависимость углов от самих сторон, отсутствие в ней противоречий и возможность, что именно эта теория истинная хотя-бы за „пределами видимаго мира".

Но не один этот частный вопрос интересовал Лобачевского. „Темноту в понятиях геометрии производит отвлеченность" и для того, чтобы избегнуть этой темноты, за основные понятия должны быть взяты конкретные факты. Такими фактами являются существование твердых тел, их движения, факты соприкосновения тел и их рассечения. Исходя из этих фактов Лобачевский строит свою своеобразную систему геометрии, выводит представления о поверхности, линии, точки, определяет сферу как поверхность, все точки которой находятся на равном расстоянии от одной, круг как линию пересечения двух сфер, линейный угол—как дугу круга, плоскостной угол—как часть сферы, плоскость—как поверхность, в которой лежат все круги от пересечения одинаковых сфер около двух точек и т. д.

При таком построении геометрии, исходящем из фактов соприкосновения и сечения, несомненно предполагающих и факт движения твердых тел, становится понятною фраза Лобачевского в введении к „Новым Началам": „В природе мы познаем собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Итак все прочие понятия, например геометрические, произведены нашим умом искуственно, будучи взяты в свойствах движения, а потому пространство, само собой, отдельно для нас не существует".

Связь вопроса об основных понятиях геометрии с вопросом о движении была указана еще Ньютоном и Беркли, не не с такою определенностью как в этой фразе Лобачевского. Она представляет особенный интерес и потому, что бросает некоторый свет на отношение Лобачевского к одной из основных проблем гносеологии—к проблеме пространства в то десятилетие (1823—1832),

во время которого он вырабатывал и излагал свои „Новые Начала“. Трудно не видеть в ней отрицательного отношения к тому учению о пространстве как об априорной форме нашего воззрения, которое было развито Кантом в его „Критике Чистого Разума“ и в связи с которым Кант признавал аксиомы геометрии истинами необходимыми и независимыми от опыта.

К аналогичному заключению об отношении Лобачевского к рационалистским теориям познания приводят те места его сочинения, в которых он говорит о происхождении наших первых понятий. Учение Декарта о врожденных понятиях, то есть таких понятиях, которые получаются не из опыта, но созидаются собственными силами нашего духа, встретило возражения английской эмпирической школы. На стороне какой из двух теорий познания были симпатии Лобачевского, видно из всех тех мест его сочинений, в которых он касается вопроса о происхождении наших понятий.

„Первые понятия, с которых начинается какая-нибудь наука, должны быть ясны и приведены к самому меньшему числу. Тогда только они могут служить прочным и достаточным основанием учения. Такия понятия приобретаются чувствами; врожденным не должно верить „О началах геометрии“.

„Первыми данными, без сомнения, будут всегда те понятия, которые мы приобретаем в природе посредством наших чуств. Ум может и должен приводить их к самому меньшему числу, чтобы они служили потом твердым основанием в науке“. („Новые начала геометрии“). Так чувства дают нам те факты соприкосновения и сечения, те понятия, из которых „суждение производит уже все прочее, выводя тотчас из первых данных новое и расширяя и далее пределы наших познаний во все пределы до безконечности“. (Там-же).

Таковы те места сочинений Лобачевского, из которых можно почерпнуть указания на его взгляды на теорию познания.

В тесной связи с вопросом о происхождении „первых понятий“ стоит и вопрос о их достоверности. Если понятия даны чувствами, то только чувства—то есть опыт или наблюдение—могут заменить одни начальные понятия другими, иначе говоря, решить те вопросы, которые несомненно возникают, как только доказана строгая логическая истина новой теории параллельных линий. Лобачевский впервые определенно поставил вопрос:

„достаточна-ли геометрия употребительная (так он называл геометрию Евклида) для всех измерений производимых при астрономических наблюдениях“ и считал возможным решить этот вопрос путем опыта: „в самых понятиях еще не заключается той истины, которую хотели доказать и которую поверить, подобно другим физическим законам, могут лишь опыты, каковы напр. астрономические наблюдения“.

По мнению Лобачевского зависимость линий от углов не отличается от зависимостей, изучаемых в физике какова, например, зависимость между силою притяжения и расстоянием, выведенная из астрономических наблюдений и из опытов Кавендиша. „Различие между зависимостью линий от углов и законом тяготения заключается не в понятии, но только в том, что мы изучаем одну зависимость из опытов, а другую при недостатке наблюдений должны предположить умственно либо за пределами внешнего мира, либо в тесной сфере молекулярных притяжений“.

Но не только углы могут зависить от сторон, а не от их отношений, не только может иметь место геометрия отличная от геометрии Евклида. Геометрия, по мнению Лобачевского, не только не отличается по своему характеру от других опытных наук; ея „понятия“—углы, расстояния могут находиться в теснейшей зависимости от понятия других физических наук, например, от сил. „В нашем уме, пишет он в введении к Новым Началам, не может быть никакого противоречия, когда мы допускаем, что некоторые силы в природе следуют одной, другие своей особой геометрии... Впрочем пусть это—чистое предложение только, для подтверждения которого надобно поискать других убедительных доводов, но в том однако-же нельзя сомневаться, что силы все производят одне: движение, скорость, время, массу, даже расстояние и углы. С силами все находится в тесной связи“.

Но те „убедительные доводы“, которые могут окончательно решить вопросы, поставленные Лобачевским в этой фразе, в которой нельзя не видет гениального предвидения общей теории относительности, могут быть даны только опытом. И может быть, именно по этому он с таким воодушевлением говорит в своей „Речи о важнейших предметах воспитания“: „Математики открыли прямые средства к приобретению познаний. Еще не с давняго времени пользуемся

мы этими средствами. Их указал нам знаменитый Бэкон: „Оставьте, говорил он, трудиться напрасно, стараясь извлечь из разума всю мудрость; спрашивайте природу, она хранит все истины и на все вопросы ваши будет отвечать вам непременно и удовлетворительно". Наконец гений Декарта привел эту счастливую перемену и, благодаря его дарованиям, мы живем уже в такие времена, когда едва тень древней схоластики ходит по Университетам".

И Лобачевский, указывая путь опыта, как тот путь, которым мы должны приобретать и расширять наши знания о том, что мы называем пространством, является естествоиспытателем геометрии, как его назвал Мах, продолжателем дела тех великих ученых и философов Бэкона, Декарта, Галилея, Ньютона, которые, оставив априорные разсуждения, стали вопрошать природу, „зная, что она всегда отвечает непременно и удовлетворительно. „Он искал ответа в астрономических наблюдениях своего времени. Он нашел в астрономическом альманахе четыре параллакса звезд и на основании их пробовал решать вопрос, возможно-ли „в пределах видимого мира" допустить иную геометрию, чем геометрия Евклида. Он пришел к отрицательному выводу. На вопрос, поставленный им, мы и теперь не можем ответить, хотя „пределы видимого мира" расширились за столетие протекшее с 1826 г. Те четыре параллакса, которыми пользовался Лобачевский, соответствовали расстояниям, измеряемым несколькими световыми годами. Теперь астрономия обладает приемами (спектроскопический метод Адамса и Кольшюттера), которые дают уже тысячи параллаксов, и мы знаем, что туманное пятно Андромеды, о котором упоминает и Лобачевский, находится от нас на расстоянии шести сот тысяч световых годов. Мир событий—многообразие четырех измерений—есть многообразие не евклидовское; его сечение в момент времени—то, что мы называем пространством или вселенною—имеет очевидно тот-же характер; устранение Евклидовской геометрии не есть уже „философская или математическая спекуляция", говорит Гильберт в своей последней работе „О безконечном". Вопрос о структуре вселенной, поставленный Лобачевским, является важнейшим вопросом Космологии.

Важнейшим вопросом гнозеологии и теперь, как и во времена Платона, Аристотеля, является проблема о пространстве. Значение исследования Лобачевского для решения этой проблемы прекрасно характеризовано покойным А. И. Введенским в словах: „Если сомневаются, в состоянии ли русская философия уплатить

свой долг Западу и оказывать с своей стороны влияние на развитие его философии, то пусть припомнят Лобачевского и взвесят, не началась-ли уже эта расплата".

Значение Лобачевского для современной науки и философии громадно. Но мы, здесь в Казани, в стенах Казанского Университета можем и должны чествовать не только великого мыслителя, имя которого связано с одним из глубочайших вопросов человеческой мысли, с вопросом „о существе пространства", не только математика, в котором глубочайшая логика сочеталась с даром проницательной интуиции, не только ученаго, который, не боясь насмешек, считал себя обязанным говорить истину и оставил нам завет смелаго служения ей. Он дорог нам здесь в стенах Казанского Университета, в котором до сих пор еще сохранились следы его деятельности и любви к Университету, как человек, отдавший всю жизнь просвещению родной страны, служению Университету. И его разнообразная работа в Университете, неутомимое и заботливое исполнение обязанностей ректора не были только выполнением обязанности добросовестного чиновника, но дорогим и важнейшим делом его жизни.

„Ничто так не стесняет потока жизни как невежество; мертвою прямою дорогою продолжает оно жизнь от колыбели к могиле", говорил он в своей „Речи о важнейших предметах воспитания".

И для борьбы с этим невежеством Лобачевский делал все, что мог и вне стен Университета. Общественных учреждений, которые позже в восьмидесятых годах повели эту борьбу с большою энергиею, во время Лобачевского не было. Лобачевский воспользовался открытым в сороковых годах Казанским Экономическим Обществом и в этом Обществе он то составляет соображения о том, каким образом могут быть учреждены классы для обучения купеческих детей черчению, бухгалтерии и коммерческой науке, то рассматривает проект об учреждении воспитательного заведения для детей бедных родителей и проектирует устройство ремесленной школы, „куда принимались-бы несчастные мальчики, которые по рождению своему должны сделаться негодяями, если соотечественники над ними не сжалятся, а правительство не подаст им руку помощи и не спасет от погубления".

Широко понимая задачи Университета, видя их в возможно широком распространении знаний, Лобачевский не раз отрывался от своих многочисленных занятий для того, чтобы читать

популярные лекции. Все, что мы знаем о личности Лобачевского и о его взглядах, дает нам право заключить, что мысли, воодушевлявшие его, когда он читал свою „народную физику“, были те-же высокие мысли о значении Университетов в деле всенародного просвещения, которые значительно позже воодушевляли во всей Европе деятелей движения, известного под именем „распространения Университетского образования“ (University Extension) и под влиянием которого наше Физико-Математическое Общество организовало публичные лекции в средине девяностых годов.

Те заветные мысли, которые воодушевляли его в неутомимой борьбе с невежеством, его взгляды на воспитание, которое должно не только обогатить ум познаниями, но должно научить „уметь наслаждаться жизнью“, горячо высказаны им в его „Речи о важнейших предметах воспитания“. „Воспитание начинается с колыбели, приобретается сперва одним подражанием, постепенно развертывается ум, память, воображение, вкус к изящному, пробуждается любовь к себе, к ближнему, любовь славы, чувство чести, желание наслаждаться жизнью“.

В призыве к борьбе с невежеством, в широких взглядах на цели воспитания мы можем видеть завет Лобачевского, обращенный ко „всем тем, которых существование несправедливый случай обратил в тяжелый налог другим“.

Лобачевский в свой речи не раз говорил о любви к славе, соединенной с чувством собственного достоинства. Той славы, которой он был достоин, при жизни он не достиг. Но сегодняшний день показывает, как относятся к его гениальным исследованиям и идеям ученые всего мира и все мыслящие люди. Пожелаем, чтобы через тридцать лет, когда снова будет в этих стенах чествоваться имя Лобачевского в день столетия его кончины 25 февр. 1956 г., в этом чествовании приняло живое участие все население Татарской Республики, получившее в своих хорошо поставленных школах такое образование, что и в татарских Нурлатах, и в русской Соболевской имена Евклида и Лобачевского будут уже не пустым звуком.

А. Васильев.

Неэвклидова геометрическая система Н. И. Лобачевского и ее роль в истории развития физико-математических наук и теории познания.

(Речь произнесенная на торжественном об'единенном заседании Совета Казанского Университета и Казанского Физико-Математического Общества в день 100 летия со дня открытия Н. И. Лобачевским его неэвклидовой системы)

(25/12. II. 1826—25/12. II. 1926 г.)

1. До Н. И. Лобачевского Эвклидова Геометрия и Ньютоновы абсолютное время и пространство царили безраздельно и властно в умах человечества. Философ Кант и многие философские школы проповедывали, что наши концепции и пространственные представления являются нам a priori врожденными, а геометрия Эвклида считалась некоторыми божественного происхождения. Каждодневный опыт, научные построения в области физики, астрономии, механики производились помощью Эвклидовой геометрии и казалось прямо абсурдным даже подумать о том, что знаменитый XI-ый постулат Эвклида о параллельных линиях или какая либо другая аксиома, напр., что "прямая линия может быть не безконечной и замкнутой и конечной длины", могут быть об'явлены необязательно логически вытекающими из других аксиом Эвклида и могут быть заменены другими. И вот Лобачевский ровно 100 лет тому назад в нашем же родном Университете в публичном заседании Физико-Математического Факультета смело об'явил: "XI-я аксиома Эвклида о параллельных не может быть логическим следствием других аксиом Эвклида и 28 его предложений, уже им доказанных". Он смело поведал ученому миру, что эта аксиома необязательна и может быть заменена другой. Вот его бессмертный постулат, абсолютно уничтожающий прежний Эвклидовский: „все линии, проходящие через некоторую фиксированную точку O относительно некоторой другой заданной линии AB, делятся на три категории: линии з а с е к а ю щ и е линию AB, линии ее н е п е р е с е к а ю щ и е и линии п а р а л л е л ь н ы е, отделяющие пучек засекающих линий от линий AB не засекающих". На этом постулате, сохраняя все остальные, Лобачевский и построил свою

новую систему, новый Геометрический мир и ею он создал новую концепцию пространства. Он назвал свою систему „Воображаемой Геометрией“ потому, что и сама его система, и то пространство, какое ею интерпретировалось, тогда существовали только лишь в абстракции. Его система существовала лишь в абстракции и имела реальность только лишь логическую: она была абсолютно строга и точна, но приложить ее к Природе и к миру реальному он еще не мог, ибо не видел еще таких явлений в мире физическом, к коим его система могла бы быть приложена. Но он был твердо уверен, что его система Геометрии может быть приложена к миру реальному; вот его бессмертные, замечательные слова, написанные им в его „Новые Начала Геометрии“: . . . но в том однако-ж нельзя сомневаться, что силы все производят одни: движение, скорость, время, массу даже расстояния и углы. С силами все находится в тесной связи,“ . . . . Несколько же выше он писал: „В природе мы познаем собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Итак все прочие понятия, например, геометрические, произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения, а потому пространство, само собой, отдельно, для нас не существует. После чего в нашем уме не может быть никакого противоречия, когда мы допускаем, что некоторые силы в Природе следуют одной, другие своей особой Геометрии. Чтобы пояснить эту мысль, полагаем, как и многие в этом уверены, что силы притягательные слабеют от распространения своего действия по сфере. В Употребительной Геометрии величину сферы принимают $4\pi r^2$ для полупоперечника r, отчего сила должна уменьшаться в содержании к квадрату расстояния. В Воображаемой Геометрии нашел я поверхность

$$\pi \left(e^{r} - e^{-r}\right)^2$$

шара и такой геометрии, м.-б., следуют молекулярные силы, которых затем все разнообразие будет зависеть от числа *e*, всегда весьма большого“.

В этих приведенных мной строках сгущена вся теория познания Природы помощью математического анализа. Здесь с ясностью заявляется, что с одной стороны геометрия покоится на опытных началах, геометрия берет материал для своих построений из опыта; с другой же стороны она есть абстрактная система. И такой взгляд Лобачевского на основы зарождения геометрической системы ничем не отличается от современных нам взглядов на геометрию. Как существа, воспринимающие окружающую нас

чувственную действительность при посредстве совершаемых нами движений, мускульных, зрительных и осязательных ощущений, конечно, мы в наших логически—абстрактных геометрических построениях связаны опытом, но, когда мы начинаем абстрагировать от опыта, то тут уже врывается логически—абстрактный процесс нашего мышления и мы даем и созидаем концепцию Природы, которая может быть в той или иной степени адэкватной Природе, но логические концепции о Природе уже дальше развиваются логически абстрактно и эти новые логические концепции стоят над Природой, а не подчинены ей. Геометрия в современном смысле слова не опытная наука, как система: это—идеализированная часть Природы по поводу Природы, часто или уточненной, или наоборот упрощенной, или исправленной и т. п.

Дальше всякая геометрическая система строится на допущениях, аксиомах. Но сами аксиомы—это лишь допущения, определенные требования, и там, где то или другое требование может быть заменено другим, там мы получим и новую систему геометрии. Лобачевский своей Воображаемой Геометрией показал, что могут быть системы геометрии адэкватно—и то лишь до известной степени, а не абсолютно точно—поясняющие окружающую нас Реальность, как, напр., Эвклидова Геометрия, интерпретирующая пространственные соотношения в действительном мире и механические, и физические, а могут быть и другие системы—логически безупречные, но не имеющие приложимости в данный момент. Такие системы можно назвать Гиперкосмическими.

Вот система Лобачевского и есть образец первой в мире абсолютно строгой гиперкосмической системы, разрешающей проблемы пространства. Такие идеальные системы чрезвычайно важны, ибо благодаря им расширяется мир опыта: мир мысли, мир фантастики, развиваемой в строгих границах постулатов и математического анализа, всегда богаче мира реального. Дальнейшее развитие идей геометрической системы Лобачевского подтвердит только что высказанное положение с абсолютной ясностью и точностью. Для дальнейшего нам понадобится несколько более близкое знакомство с самой системой Лобачевского.

2. В построении своей геометрической системы Лобачевский был гениальным мастером-геометром: шаг за шагом, подобно гениальному конструктору Эвклиду, синтетически и чисто геометрическими построениями сначала он обрисовал все свойства своих прямых линий, своей плоскости, своих кругов, многоугольников и др. Вот некоторые образцы свойств его нового

пространства: a) пространство в целом определяется особой мировой мерой длины R; в) сумма углов △-ка у него меньше, чем 2d; с) у него существует самый большой в мире △-к с площадью πR^2; д) у него можно мыслить самый большой 4-угольник с площадью $2\pi R^2$; е) вообще можно мыслить самый большой n-угольник с площадью $\pi R^2(n-2)$; f) через три точки можно описать или круг, или горицикл (круг с ∞-удаленным центром), или линию равных расстояний (эквидистанту), и след. не через всякие три точки плоскости можно описать окружность.

Особенно следует отметить в пространстве Лобачевского сферу с ∞-удаленным центром—горисферу; ее радиус также равен безконечности. Эта поверхность примечательна тем, что на ней Лобачевский открыл геометрию Эвклида. Оказывается, что роль прямых линий на ней играют предельные линии или горициклы и, если их взять за прямые линии, то мы получим в горисфере то же, что и плоскость Эвклида, но с одним существенным отличием: горисферу нельзя совместить с перевернутой на 180° горисферой.

Упомяну еще, что Лобачевский построил строго и всю тригонометрию для своей геометрии, так что, если бы когда-либо привычное нам плоское пространство вдруг потеряло свою плоскостность и превратилось в к р и в о е пространство Лобачевского, то мы в его системе нашли бы геометрию в законченном в основных чертах виде, пригодную и для построения новой механики, новой физики, новой астрономии, т. е. мы могли бы начать строить новый Неэвклидов мир, новую Неэвклидову Вселенную.

3. Как-же Лобачевский проверял справедливость своих построений? На этот важный вопрос можно дать такой ответ: во-первых он доказал, что его система абсолютно логически точна и, как логически безупречная, она, конечно, и не нуждается в другой еще поверке; во-вторых, он доказал, что если применять его геометрию к ∞-малых размеров телам, то его геометрия дает всегда точные Эвклидовские формулы; отсюда Лобачевский делал вывод, что, м.-б., наше пространство потому нам кажется Эвклидовским, что тот пространственный мир, в котором мы живем и производим измерения, слишком мал по сравнению с мировым параметром R, характеризующим его пространство; в третьих, Лобачевский показал, что, если взять обыкновенную сферу с ее сферической тригонометрией и положить в формулах сферы радиуса r радиус равным $\frac{R}{-}$, то геометрия сферы

превратится в его геометрию, и обратное преобразование гиперболическую геометрию (как чаще по почину F. Klein'а называют геометрию Лобачевского) переводит в геометрию сферы; последняя верна, значит верно и ее мнимое отображение; в 4-х Лобачевский, бывший не только гениальным геометром, но и искусным аналистом, показал, как можно применять его геометрию к исчислению сложных интегралов, пользуясь геометрическими соображениями его системы в качестве приложения геометрического метода его системы к чисто математическим проблемам и анализа, и математической физики (напр., у него даны интегралы ур-ия распространения волны в упругой среде).

И все эти методы доказательства справедливости его геометрических Неэвклидовых построений привели Лобачевского к абсолютной уверенности в безупречности логической структуры его системы.

Наконец он производил измерения △-ков со сторонами по длине порядка размеров солнечной системы и он тщательно измерял углы этих △-ков. Математическим тонким анализом, основанным на выводах теории вероятностей, он нашел, что сумма углов △-ка отличается от 180^0 не больше как на $0.''0003$ (вероятная ошибка).

Перейдем теперь к обрисовке тех влияний и тех новых дальнейших углубленных достижений, которые были сделаны впоследствии в области геометрии, и в области механики, и физики, и астрономии, и философии наук под влиянием гениального вклада Лобачевского в область физико-математических наук вообще.

4. Для теории проблемы пространства система Лобачевского— колоссальное достижение: идеи Гаусса о поверхностях и учение о кривизне поверхностей получили при наличии Геометрии Лобачевского блестящее обобщение, довершенное впоследствии Riemann'ом построением сферического положительной кривизны пространства, и обнаружением в 1866 году Beltrami псевдосферической поверхности, на которой впервые конкретно Beltrami показал, что псевдосфера есть плоскость пространства Лобачевского, ибо тогда благодаря Лобачевскому, а затем и Riemann'у наука смогла провозгласить следующее колоссальной важности положение: „Поверхности — псевдосферические (отрицательной кривизны) и Riemann'овские (положительной кривизны) суть многообразия (плоскости) кривых пространств соответственно Лобачевского или Riemann'овского, являющиеся для этих кривых пространств плоскостями аналогично тому, как наша плоскость является поверхностью для трехмерного Эвклидовского пространства.

Эти плоскости разных кривизн поставили впоследствии широкую проблему о многообразиях многих измерений разных кривизн, разрешением коей и являлись в математике метагеометрии многих измерений, которые стали развертываться впоследствии по образцу того или иного прототипа пространства Лобачевского, Риманновского и простейшего Эвклидовского.

Пример системы Лобачевского показал ясно, что в области чисто логической фантастики можно итти сколь угодно далеко за пределы 3-го измерения и строить многомерные геометрии разных типов, т. е. строить или пространства многих измерений—плоские типа Эвклидовского, или Риманновского (прототипа сферического)—кривые пространства положительной кривизны, или типа Лобачевского (прототипа псевдосферы)—кривые пространства отрицательной кривизны.

Мир воображаемых пространств, логически абсолютно возможных, необыкновенно обогатился. Поверкой правильности этих построений может служить тот факт, что математик может, напр., очень просто вычислить формулу для об'ема шара в пространстве n—измерений; так об'ем $\Omega_n = \frac{\pi^{\frac{n}{2}} R^n}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}$, и из нее каждое существо по желанию может получить ту формулу, какая нужна для числа измерений его пространства, и действительно: при $n=2$ мы имеем знакомую формулу площади круга $\Omega_2 = \pi R^2$, а для $n=3$ имеем $\Omega_3 = \frac{4}{3}\pi R^3$ (об'ем шара). В этих обобщениях многомерных пространств можно итти сколь угодно далеко и строить для них соответственно метамеханику, метафизику и т. п.

5. Пример системы Лобачевского подчеркнул и другую важную сторону развития геометрии в дальнейшем, именно: мы обратим внимание на геометрию горисферы Лобачевского и примем ее за псевдоплоскость и сопоставим ее геометрию или геометрию на ней с плоскостью Эвклида, то, как мы уже видели выше, если ограничиться пространством двух измерений, и там, и тут, между той и другой геометрией не будет абсолютно никакой разности. Это—факт чрезвычайной важности, ибо он говорит за то, что наш опыт с Эвклидовской геометрией является чрезвычайно узким, и мы глубоко ошиблись бы, если бы думали, что Эвклидовская геометрия непременно и логически

необходимо должна облекаться в образы, даваемые нашим реальным миром, Лобачевский показал, что Эвклидовская геометрия как будто только схема, логический скелет, который можно облечь плотью и кровью не обязательно образами реального нам мира: два существа из мира Эвклидовской плоскости и мира горисферы Лобачевского построили бы абсолютно тождественную геометрию, именно седую ветхую Эвклидовскую геометрию.

Вывод, который отсюда можно сделать,—таков: наши геометрические системы суть логически абстрактные и логически формальные схемы—скелеты; эти схемы—скелеты могут быть применены к совершенно разнообразным конкрентным, реальным образам.

Таким образом Лобачевский открыл царственный и проторенный путь с одной стороны к аксиоматике геометрии, а затем тем самым и к отождествлению геометрических систем либо с системами, как адэкватной аппаратурой для реального пространства, либо же с системами, которые собой будут представлять отвлеченные схемы настолько широкие и всеобъемлющие, что мир реальный будет только лишь частным случаем наших геометрических теорий, отвлеченно развиваемых. Кроме того пример Лобачевского вселил в умы последующих ученых мысль, что, очевидно, заменяя в системе аксиом Эвклида одну другими, мы несомненно можем притти и к другим геометриям, и к другим пространствам. Я кратко обрисую эти пространства, ибо они будут нужны мне для синтезирования теории таких разнообразных пространств в одну общую.

Человеческая мысль стремится к необыкновенному синтезу самых разнообразных наук и роль Лобачевского по этому пути—также грандиозна.

6. По примеру Лобачевского, правда независимо от него, Риманн в 1854 году отринул другую аксиому Эвклида—о том, что прямая линия—безконечная по своей длине. Развертывая эту мысль, Риманн, а затем и W. Clifford в семидесятых годах прошлого столетия ввели еще две новых неэвклидовых плоскости (кривых)—сферическую (сферу) и эллиптическую односторонюю (прямые линии там все одинаковой длины и все пересекаются, т. е. там нет параллельных линий в одной плоскости). Помощью этого постулата и пространство 3-х измерений стало кривым пространством положительной кривизны. Особенно интересно пространство эллиптического типа безграничное, но конечное, так что вся Вселенная, если вычислить, будет иметь конечный

об'ем πR^3, если длина каждой прямой линии есть R. Кроме того в нем, вопреки пространству сферическому, две линии пересекаются только в одной лишь точке, плоскость там с одной лишь стороной и внутри себя—опять таки вопреки сфере—не имеет ни одной внутренней точки, по отношению к коей она была бы вогнутой. И любопытно отметить, что Clifford, подобно Лобачевскому, также открыл в эллиптическом пространстве свою т. н. Клиффордову безграничную, но конечную по площади поверхность, образованную Клиффордовыми параллелями (косые линии прямые, отстоящие друг от друга все время на одинаковом расстоянии), на коей имеется геометрия Эвклида, хотя кривизна ее не нуль. Я привел этот экскурс с целью показать, что благодаря трудам Лабачевского, Риманна и Клиффорда были открыты важнейшие типы возможных однородных пространств. В науке о пространстве эти три гиганта мысли подготовили материал, обрабатывая который впоследствии с точки зрения теории групп, F. Klein и Sophus Lie показали возможность создания каждого из вышеупомянутых пространств помощью некоторого единого принципа, сущность коего изложу ниже.

7. Лобачевский в своей системе прекрасно обосновал роль числа в геометрии или арифметизацию геометрии. Он ясно сознавал, не выделяя правда аксиоматически, принцип непрерывности пространства. Ему было ясно, что после строгого систематически-геометрического построения геометрической системы в дальнейшем ее можно развивать быстро и дедуктивно чисто математическим путем, что он и сделал. Но ему была ясна роль числа и в вопросах непрерывности пространства: он ясно показал, развивая идеи Legendre'a (1833 г.), что раз нам дан на плоскости пространства один только единственный Δ—к с суммой углов меньшей 2d, то все Δ-ки и во всем пространстве (оно предполагается однородным) мы будем иметь такие Δ-ки с суммой меньше 2d, т. е. след. и все пространство будет гиперболическим (Лобачевского). Но он не выделил аксиомы Архимеда (если $A<B$, то всегда есть целое число p такое, что $pB>A$), как таковой и не оценил ее значения сполна, правда пользуясь ею.

8. В математических науках тоже существуют колебания: напр., геометрию древние развивали только построением и чертежем, а начиная с Декарта (1637 г.) стали изучать и развивать геометрические теории и геометрические проблемы почти исключительно анализом. Такая односторонность для развития геометрических построений была вредна. В деле построения своей

Неэвклидовой геометрии Лобачевский вернулся снова к греческому методу и он был гениально прав в этом: он хотел строить не только идеи, но и новые образы, новую реальность, поскольку пространство безотносительно к вопросу о его характере и природе, является или может быть почитаемо за нечто реальное. С этой точки зрения естественно было поставить вопрос: нельзя-ли по возможности развертывать геометрическую систему только лишь методами построения, по возможности не пользуясь числом или же пользуясь им в конце, когда в основных своих чертах геометрия готова и, говоря теоретически, в ней можно конструктивно решить любую геометрическую проблему. Лобачевский для своей геометрической системы разрешил вопрос утвердительно и метрику геометрии ввел на геометрическом базисе, достаточно полно развитом. Но общие идеи в этом направлении были даны позже Desargues'ом (1639), Poncelet (1822), Staudt'ом (1847) и F. Klein'ом (1870, 1873). Кроме того математиками был поставлен одновременно и такой важный вопрос: в сущности мы в своих построениях и нашем жизненном обиходе не выходили за пределы конечного, поэтому, м. б., можно развертывать свойства пространств, не делая гипотез о безконечной длине прямой (это уже идеализирование действительности и создание элементов идеальных: у Лобачевского, напр., прямая имеет два ∞-удаленных конца, у Эвклида—один и прямая в сущности сомкнута), а также не вводя и постулата о параллельных (Эвклидовского, Лобачевского, Риманновского), ибо вся геометрия и все наше пространство будет только лишь конечный кусок наших прежних пространственных разновидностей. При посредстве, напр., двух „последних“ точек X и V на каждой из сторон угла XOV и „особой“ прямой XV (аналог безконечно удаленной прямой) математически развили и общую геометрию плоскости и наконец общую визуальную, оптической природы, так называемую проэктивную геометрию. Эта геометрия есть чистая геометрия положения, она не связана с какими либо количествами, она—чисто качественная и основывается только лишь на соотношениях взаимного расположения. Замечательным здесь является то, что идея гармоничности позволяет в конце концов ввести и тени „метрики“, но это будет, так сказать, метрика без числа.. Курьезно то, что можно и задаваться вопросами метрики, но ответы на них нужно давать в форме определенных построений без числа.“ Это будет какая то „порядковая натуральная арифметика,“ где вместо чисел обязательно должны фигурировать сами об'екты. Этот

экскурс в область проэктивной геометрии я сделал неспроста: благодаря ей идеи Лобачевского получили необычайное и развитие, и расширение, и применение как в чистом анализе, так и в геометрии.

9. Благодаря развитию проэктивной геометрии по инициативе знаменитого Ф. Клейна геометрия получила идею проэктивного определения расстояния при посредстве концепции „абсолюта". Развитие идей по этому пути дало поразительный результат: все геометрии Неэвклидовы получили возможность осязательно быть интерпретируемы помощью реальных построений Эвклидовской геометрии. Этот факт еще раз подтвердил логическую безупречность всех введенных в науку воображаемых пространств, а кроме того позволил почти что осязать эти пространства, ибо каждой концепции того или другого пространства можно отныне рисовать некоторое отображение той же концепции в реальном Эвклидовском мире при помощи концепции „абсолют в пространстве или на плоскости" и проэктивного определения расстояния и угла. Любопытно отметить здесь, что Неэвклидовы пространства обосновываются при посредстве Эвклидовой геометрии.

Дальнейшее же применение к проэктивной геометрии теории групп создало в науке о пространстве концепции „изоморфизма геометрии того или иного пространства„. Этот факт—факт величайшей важности, ибо он собой показывает, что современное человечество в состоянии строить не только „Алгебру количеств", но и „геометрию алгебры" (имеются в виду геометрические операции, законы свойств линий, тел и т. п.), оно в состоянии алгебризировать, т. е. при наличии и выявлении определенного ряда аксиом современный математик в состоянии построить алгебраического типа геометрические схемы, по существу пустые логические схемы, относящиеся ни к чему конкретному, но могущие адэкватно отобразить ту или иную часть или закон реального мира, коль скоро формально реальные об'екты укладываются в геометрическую схему той или иной категории. Все эти идеи и вся аксиоматизация геометрий была в 1899 г. блестяще развита Д. Гильбертом в его бесмертной книге „Grundlagen der Geometrie (книга эта увенчана в 1903 году Каз. Физ.-Мат. Обществом премией имени Н. И. Лобачевского). Таким образом в геометрии появился формализм изоморфизма и тем самым доказано положение, что идеальные схемы геометрических систем, взятые in abstracto, в сущности могут интерпретировать разные реальные об'екты. Напр., между нашей обычной

геометрией Эвклида и геометрией пучка шаров окружностей, проходящих через одну и туже точку O, нет разницы: если в одном случае мы будем строить геометрию и пространство при посредстве элементов „точка“, „прямая“ и „плоскость“ (наши обычные), то в другом случае мы будем строить пространство при посредстве элементов „точка“, „окружность“ и „шар“ (и то, и другое всегда проходит через фиксированную точку O), и с точки зрения природы наши пространства о б а Эвклидовского типа. В этом смысле идеи Лобачевского (вспомним его „горисферу“ и нашу обычную плоскость) получили блестящее развитие и завершение.

10. Хотелось бы указать и на другое завершение идей Лобачевского. Начиная с 1893 года под влиянием, как мне думается, всколыхнутых идей Лобачевского празднованием Казанью и Казанским Университетом 100-летия со дня рождения Лобачевского (1793 г.), по всему земному шару при содействии и руководстве таких корифеев математической мысли, какими являются ныне еще живущий D. Hilbert, а затем уже умершие H. Poincaré и F. Klein, проявился необычайный интерес к аксиоматизированию геометрии. Вдохновляясь идеями Н. И. Лобачевского „Колумба от Геометрии“—по выражению математика Сильвестра,—математики различных стран стали изучать произведения Лобачевского, их комментировать (пример: Германия, Америка, Франция, Италия и даже Япония), переводить, а затем в вооружении тогдашней математической мысли и проэктивной геометрией, и теорией групп конечных и безконечно-малых преобразований математики разных стран по примеру Лобачевского стали перебирать и—скажу вольно—играть различными аксиомами, отвергая одни из цикла Эвклидовских и вводя новые. Сам D. Hilbert дал свои прекрасные „Grundlagen der Geometrie“. Результатом такого увлечения Неэвклидовской геометрией явился на свет целый ряд новых Неэвклидовых геометрий, чрезвычайно сильно пополнивших идеи самого Лобачевского. Так, напр., у н и ч т о ж и м аксиому Архимеда, цитированную нами выше, и обратим внимание на сумму углов в треугольнике, предполагая ее в одном единственном Δ-ке то равной 2d, то меньшей, то большей. Что за геометрии тогда мы получим? Если взять одну из теорем Legendre'а, именно: „Если в одном прямолинейном Δ-ке сумма углов есть 2d, то она такова же во всяком Δ-ке“, то мы увидим, что без аксиомы Архимеда эту теорему доказать можно, но н е л ь з я, напр., доказать без этой аксиомы другую теорему Legendre'а: „В прямолинейном Δ-ке сумма углов не может быть больше 2d“. И действительно можно построить т. н. Не-Лежандрову

(Dehn, 1900) геометрию, в коей через данную точку к прямой можно провести безконечное множество прямых параллельных данной прямой, но сумма углов в △-ке больше 2d. Я мог бы привести и другие случаи Неархимедовых геометрий, но я не стану их перечислять.

11. Увлечение Неэвклидовой геометрией, повело и к созданию Неэвклидовых механик, изучающих движение и законы движения в различных пространствах—упомяну работы А. П. Котельникова, изучавшего механику Неэквлидовых пространств помощью своей „Теории винтов“ (1895) и „Теории векторов“ (1899), попутно развившего и технику самого винтового и векторного счета, и введшего в Механику методы проэктивности. Также нужно упомянуть и о работах Ф. Клейна, связавшего линейчатые геометрии с механикой твердого тела и сумевшего сделать из Неэвклидовых геометрий адэкватную аппаратуру хотя бы для теории волчка, т. е. мы видим уже здесь новый этап в развитии Неэвклидовщины—приложение ее к реальному миру. Ниже я скажу об этом подробнее.

12. Если подвести итоги тому, что было сделано математикой до создания А. Эйнштейном его теорий относительности в области проблемы пространства, то можно так разюмировать познания человечества в этой области:

a) Пространство реальное—3-х измерений есть нечто реальное, существующее независимо от материи, но природа его может быть различна: оно может быть плоским (Эвклидовское), или же кривым—пространством Лобачевского (гиперболическим), или Риманновским сферическим или эллиптическим.

b) Наш опыт говорит за то, что оно скорей Эвклидовское, но это не является строго доказанным.

c) Пространство физическое-непрерывное, всюду равное самому себе, абсолютное.

Лобачевский, измеряя углы △-ков с боками порядка расстояния земли до солнца доказал, что сумма углов △-ка от 2d отличается лишь на $\pm 0{\cdot}0003''$, а посему Эвклидова геометрия практически является вполне удобной и точной геометрией.

d) Геометрия Эвклида вопреки теории Канта не является логически необходимой.

Мыслимы другие идеальные системы в роде геометрии Лобачевского.

e) Миров, к коим геометрия той или иной кривизны может быть применима, можно задать произвольное число (изоморфизм геометрий).

k) Воображаемые системы могут быть чрезвычайно разнообразны и, пользуясь проэктивным мерооопределением, можно задать не только пространства однородные, но разнородные: можно задать пространства такие, в коих не всюду можно двигаться или наоборот—можно всюду двигаться, но нельзя поворачивать безконечную прямую на весь угол 2d.

l) Абстрактно можно строить пространства многих измерений какой угодно кривизны.

m) Опыт твердых тел, зрительных ощущений отразился в применении теории групп к движению тел (Helmholtz, Sophus Lie, Klein) и в проэктивной геометрии.

13. Уже тот факт, что при обосновании геометрии математики стали нередко обосновывать свои геометрические проблемы, базируясь нередко на механике, с ясностью подтверждает впервые высказанную Лобачевским мысль о том, что в геометрии и образовании ее концепций играет колоссальную роль идея и характер движения: а затем S. Lie и F. Klein показали, как по заданным определенной природы движениям возможно при посредстве групп преобразований указать и природу того пространства, в коем данные движения происходить могут.

Т. о. работы Klein'a и Lie до известной степени показали, как по движению строить природу пространства, и в этом смысле геометрия есть часть физики, поскольку механика есть часть физики.

За последние десятилетия работы физиков в области атомистики, теории света, электромагнетизма, радиоактивности, а также и учения об энергетике и изучении разных видов энергии—гравитационной, лучистой, тепловой, электромагнитной стали натыкаться на затруднения в об'яснении этих разнообразных явлений, причем Newton'овские представления о тяжести, лучевой энергии, массе и позднейшие теории материи и электромагнетизма Maxwell'a, Hertz'a и др. стали приводить ученых физиков к мысли, что как будто идеал анализа Природы при помощи классической механики Newton'a, Laplace'a и Гаусса—все свести на дифференциальные уравнения классической механики Lagrange'a—не является выполнимым.

14. Результаты работы мысли в этом направлении заставили постепенно привычные основные концепции о материи, движении, энергии изменить, а при дальнейшем углублении электромагнитных, световых и радиоактивных явлений и концепции привычной Newton'a—Эвклидовской и Lagrange'евской механики стали меняться.

Какие основные принципы классической механики? Вот они:

a) В Природе царит дуализм материи и энергии, причем материя отличная субстанция от электромагнитной и световой.

b) Только материя обладает инертной массой, весом и структурой (определенное атомистическое и молекулярное строение ее).

c) Только материя может быть всюду в Пространстве (обычно Эвклидовском) локализируема.

d) Энергия не имеет ни веса, ни массы, ни структуры и она не может быть локализируема нигде вне некоторой субстанции.

e) Масса не зависит от движения.

Но экспериментальные иследования с частицами α, β, γ и радиоактивные явления показали, что, напр., масса заряженных частичек от движения меняется, физик Лебедев показал, что свет оказывает давление подобно твердым материальным частичкам, и голландский физик Lorentz и др. обнаружили, что размеры летящего электрона должны менять свои размеры etc, etc.—все это говорит за то, что классическая механика недостаточна для об'яснения явлений электромагнитной природы.

Далее углубленное оперирование принципами механики—в роде Hamilton'овского—обнаружило, что с математической точки зрения иногда невыгодно и даже нельзя время считать отличным по природе от x, y и z—координат пространственных, а опыты в роде Michelson'a и Morley говорили о том же с экспериментальной точки зрения и наводили на мысль, что счет часов не независим от того, где эти часы находятся, и след. тоже как будто говорили за то, что для об'яснения явлений Природы нельзя отрывать пространство от времени, а нужно как бы изучать явления в Пространстве 4-мерном, присоединяя к координатам пространственным еще 4-ую временную.

Так возникает представление о Мире как о 4-мерном Continuum'e по Минковскому.

Альберт Эйнштейн гениально синтезирует и Лоренца, и Минковского, создавая малый принцип относительности, который в общей форме можно так формулировать: „Форма уравнений, записывающих явления Природы, остается одним и тем же, относить ли эти явления к покоющейся системе координат или же к другой движущейся равномерно относительно первой.

С этой точки зрения скорость света, напр.,—ведь это закон Природы—везде одна и таже и в том, и в другом случае. Электромагнитные уравнения, напр., запишутся одинаково

(ковариатно, как говорят математики) и в координатах покоющейся системы, и в координатах движущейся системы.

Но за это удобство понимать и описывать Природу и ее законы мы должны заплатить дорогой ценой—мы должны отказаться и от абсолютного Newton'овского времени, и от Newton'овского абсолютного пространства; мы должны также отказаться и от классических концепций физики, ибо теперь у нас, напр., тело будет больше весить, если оно движется, оно будет больше весить, если оно более нагрето, оно будет больше весить, если оно наэлектризовано по сравнению с нейтральным своим состоянием и др.

Зато мы уничтожаем различие между массой и энергией, энергия материализуется, получает структуру подобно материи и может быть локализирована вне материального субстрата.

15. Если же мы обратимся к общему постулату Эйнштейна, по которому (постулат общей теории относительности) „Все законы Природы записываются в инвариантной или ковариантной форме независимо от того, к координатам какой системы координат мы относим явления—к покоющейся *или к движущейся как угодно*“, несомненно это—громадное удобство для ученого: ведь ур-ия, напр., электромагнитизма и здесь запишутся ковариантно к каким бы координатам мы явления электромагнитизма не относили, но зато мы должны резко и еще более сильно изменить наши концепции о пространстве и времени.

Ради ясности понимания существа дела и связи со всем тем, о чем я говорил выше, я позволю себе рассуждать путем аналогий:

Если бы мы взяли классическую Newton'овски-Lagrange'скую механику, то мы увидели бы, что в ней законы природы запишутся одинаково и независимо от распределения материи в пространстве, будем ли мы относить тело к покоющейся системе координат, или к движущейся равномерно. Это—принцип относительности старой классической механики—его мы назовем Галилеевским. Пространство в данном случае Эвклидовское. Но Лоренц и другие заметили, что законы, напр., электромагнитной теории света уже не подчиняются ковариантности, если мы попрежнему будем явления электромагнетизма относить то к покоющейся системе координат, то к движущейся равномерно. Для того, чтобы пришлось сохранить ковариантность законов в данном случае для электромагнитных явлений, причем распределение тяжелой материи здесь на ход дела не влияет, пришлось подобно Эйнштейну ввести Пространство Минковского

4-х измерений с группой преобразований его типа Лоренца Группа Галилеевская здесь является непригодной.

Таким образом мы видим, что в обоих этих случаях мы пользовались в сущности уже введенным нами выше Клейновским принципом, по коему пространство определяется группой преобразований, переводящих пространство самого в себя, и оставляющих его инварианты неизменными.

С этой точки зрения геометрия есть попросту теория инвариантов, остающихся неизменными от группы определенных преобразований.

В разобранных выше двух случаях мы обнаружили: Галилеевскую группу преобразований с классическим Эвклидовским пространством и Лоренцовскую группу (пространство Эвклидовское); первая группа движений оставляла незыблемыми классические уравнения механики, вторая оставляет ковариантными уравнения Maxwell'a в электродинамике; но и та, и другая группы не были зависимы от распределения в пространстве материи.

Геометрию для второй группы преобразований уместней назвать геометрией Минковского (пространство в этом случае Эвклидовское также). Теперь ясно, что, если бы мы вздумали такую же группу преобразований найти для общего случая, когда нужно принимать в расчет и материю, и электромагнетизм, то несомненно наше пространство должно бы было быть по своей природе обусловлено именно материей и электромагнитными полями. Это и есть общий случай Эйнштейна. Нетрудно отсюда сделать выводы в частности хотя бы по поводу движения планет: их движения с этой точки зрения—результат царящих в пространстве групп преобразований, и вся сложность их движений, движений не равномерных и ускорительных, конечно, приведет нас в общем случае к Неэвклидовой геометрии. На примере этого общего случая мы видим, как мысли Лобачевского, высказанные на заре создания Неэвклидовой геометрии им, получили свое окончательное решение: „Геометрия обусловлена силами природы", сказал он; но современные теории относительности, как раз и осуществили его пророчество.

Ведь согласно теориям относительности геометрия и есть та группа преобразований, которая обуславливает собой царящие в ней законы, оставляя их в то же время незыблемыми.

Теперь мы достигли высшей стадии обобщения концепции „Пространство". Оно у нас отныне не просто пространство, а „Пространство—Время", ибо оно 4-х мерно и кроме того оно не вместилище явлений, а феномен. Но ведь, если так рассуждать

и принимать еще во внимание, что мир—динамичен, то как будто мы в сущности никогда не знаем мира, мы плаваем в настоящем классическом „Πὰν κινεῖται, Πὰν ῥεῖ". Это, конечно, правда и в сущности все, что мы знаем, это только средние величины о мире. Мир строго говоря, можно понимать только статистически—с точки зрения теории вероятностей; но я не буду касаться этого сюжета!

Работы H. Weyl'я, астронома Eddington'а точно также имели целью построить такие „мировые геометрии", которые бы лучше отобразили окружающий нас физический мир.

16. Имея в виду исключительно Лобачевского и его систему, я хочу показать, каким образом его геометрическая система с точки зрения именно теорий относительности была использована и может быть использована.

При постановке вопроса именно так, можно вставать на такую точку зрения: если со времени Коперника, Newton'а, Laplace'а, Гаусса и Lagrange'а, физика и небесная механика могли быть блестяще развиваемы и интепретируемы при посредстве Эвклидовского пространства, то очевидно те реальные проблемы, какие в ту эпоху ставились Природой, могли адэкватно отображаться при посредстве Эвклидовской и Newton'овской геометрии и механики. Но чем глубже математическая физика погружалась в глубины материи и оптических явлений, тем описание Природы становилось сложнее и сложнее.

Так как у математиков никогда не было твердой уверенности в том, что реальное пространство есть действительно Эвклидово, то его можно было счесть и за другой природы пространство: если обозначить пространство Эвклида реальное через E, а если оно есть пространство Лобачевского, то через L, и наконец означить его через S, если оно, скажем, эллиптическое, и если обозначить соответственно придуманные нами для изучения пространств геометрии через e, l и s, то можно составить из элементов E, L, R, и e, l, s всего 9 парных комбинаций

Ee, El, Es
Le, Ll, Ls
Se, Sl, Ss,

причем будем понимать под Ee следующее: этот символ означает, что мы имеем настоящее реальное пространство E и изучаем и описываем Вселенную, в нем вмещающуюся, при помощи адэкватно отображающей ее геометрии *e*. Символ Es будет тогда означать, что безконечное Эвклидово пространство (реальность)

мы изучаем при посредстве геометрии, в сущности мало подходящей для адэкватного отображения Вселенной E, если не сказать, вовсе не подходящей.

Какие результаты от этого получатся?

А вот какие: комбинации Ee, Ll, Ss очевидно—самые счастливые, так как реальный мир и изучается при посредстве гармонично подобранной геометрии, очевидно законы, нами открываемые, будут в этом случае крайне просты и изящны. Не то случится, если мы возьмем, напр., комбинацию Ls и будем Вселенную Лобачевского пытаться понять при посредстве геометрии Эллиптической. Ясно, что законы открывать мы будем, но, как где-то на это указал Poincaré, они будут отличаться крайней сложностью, и мы будем запутываться все более и более в необычайных сложностях, ибо будем оперировать над Природой с неподходящей аппаратурой. Вот когда физики приступили к математической обработке движений и свойств атомов материи, то натолкнулись на чрезвычайные трудности. Как выйти из затруднения? И вот физик A. Byk, напр., в работе „Zur Theorie der electrischen und Chemischen Atomkräfte“ (Ann. d. Phys. B. 42, 1913) так решил поступить: он в буквальном смысле последовал (не знаю под влиянием идей Лобачевского или нет) предположению Лобачевского, когда тот писал о своей Воображаемой Геометрии, что, м. б., мир молекулярный и будет интерпретироваться его Воображаемой Геометрией.

A. Byk так и рассуждал—он предположил, что внутри атома имеет место какая-либо Неэвклидова геометрия—Лобачевского или Римановская. Но так как граница атома и внешнего пространства (его поверхность) есть поверхность раздела Неэвклидова пространства от Эвклидового, ибо внешнее пространство он считал Эвклидовским, то на этой поверхности должно было существовать особое натяжение.

Разработка этой гипотезы привела его к выводу, что электроны, напр., обладают геометрией положительной кривизны (Римановской), а атомы в целом обладают геометрией Лобачевского, и, идя таким путем, Byk обнаруживает очень просто некоторые результаты и Planck'a, и Эйнштейна, и других физиков.

Что это значит? Да это говорит за то, что на сей раз Byk очевидно и в том, и в другом случае нападал на комбинации соответственно Ll и Ss..

17. Укажу на другой факт такой же адэкватности геометрии Лобачевского—имею в виду малый принцип относительности.

Оказывается, что его весь можно обосновать, принимая за вместилище оптических явлений пространство Лобачевского, и тогда при посредстве псевдосфер и горициклов Лобачевского также можно очень просто развить принцип относительности, причем скорость света $U = 3.10^{10} \frac{cm}{sec}$ —это любопытный факт—и есть кривизна пространства R^{-1} Лобачевского.*

Пространство Лобачевского в этом случае очень просто позволяет при посредстве геометрических построений без всяких утомительных вычислений получить формулы теории малого принципа относительности, так что можно думать, что в данном случае мы имеем полное и гармоничное осуществление комбинации Ll.

Я не смею утомлять слушателей перечислением таких фактов: их можно указать много.

18. Какие же выводы можно теперь сделать? Прежде всего тот, что Геометрическая система Лобачевского перестала быть Воображаемой: согласно мыслям творца ее она—такой же адэкватный аппарат для определенного сорта явлений, как и геометрия наша обычная или геометрия сферическая.

19. Но невольно встает вопрос: что же такое пространство? Имеет оно реальность? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно различать две вещи—пространство физическое, наполненное материей и электромагнитными полями; это—одно пространство и пространство математическое. Первое несомненно—реально, второе—это ряд математических фикций, математических понятий для наилучшего описания действительности, в большей или меньшей степени описания адэкватного.

Скажу еще точнее: первое базируется на интуиции восприятия физического пространства, второе покоится на основе математически абстрактного continuum'а. Можно-ли все-же утверждать, что благодаря нашим психическим недостаткам мы не в состоянии никогда осязать путем геометрической интуиции, скажем, многомерного пространства? Напр., столь модного теперь и уже осязаемого 4-мерного? Я думаю, ответить на это можно утвердительно. H. Poincaré, напр., думает, что со временем человечество столь же хорошо усвоит, воспримет физически 4-хмерное пространство, как некоторые ученики низших школ, сначала не видящие или трудно видящие 3-хмерное пространство впоследствии воспринимают последнее сполна.

Пример Геометрической системы Лобачевского, по моему, подтверждает эту мысль: его система сначала Воображаемая ныне

---

[1] Примечание: Это очень ярко показал Профессор из Загреба Varičac.

сделалась уже реальным математическим аппаратом и в вопросах анализа, и в вопросах геометрии на манер комплексных чисел и в анализе, и в геометрии; но сможем ли мы когда-либо осязать и физически пространство Лобачевского? Не думаю, чтобы можно категорически отрицать это. Ведь мы можем уже осязать двумерное пространство Лобачевского физически при посредстве двумерного пространства с помощью псевдосферических поверхностей. Но 3-хмерное пространство Лобачевского уже представляет для нас трудности непосредственного его восприятия не в качестве только математического инструмента для изучения и пространственных проблем, и проблем материи и электромагнетизма.

Ведь, в конце концов мы, наше тело, наша мысль—это только как будто игра атомов, электронов, и если, напр., для отрицательного электрона имеет место геометрия положительной кривизны, а для атома в целом—геометрия Лобачевского, то мы—комбинации атомов и электронов, м. б., когда нибудь и внутренней интуицией нашего физического бытия почувствуем эти Неэвклидовы пространства. Вот мы уже мысленно при восприятии Природы перешли на 4-хмерное пространство: оно нам еще непривычно и недоступно сполна, но с ростом нашей психической организации, м. б., мы преодолеем трудности восприятий подобного рода.

20. Кроме того математическая физика, за ней, м. б., экспериментальная, когда нибудь прольют свет на роль числа 3 в вопросе о числе измерений нашего пространства. Позвольте сослаться на работу V. Volterra, изучавшего проблему интеграции цилиндрических волн. Monsieur Hadamard в своей блестящей Conférence „Le principe de Huyghens“ (Bull. d. Soc. Math. de France 1924; t. III) приводит слова какого то из французских математиков: *„un de nos confrères a pu dire qu'il est bien heureux que l'espace dans lequel nous vivons ait trois dimensions: car s'il n'avait que deux, et que, par conséquent, la propagation du son y soit regie par l'équation des ondes cylindriques, nous entedrions encore—très étouffés, - rassurez Vous—tous les bruits qui se sont produits depuis la naissançe du monde“.*

Я нарочно привожу свои размышления о пространстве в связь, казалось бы, с чуждыми проблемами.

21. М. б., напр., на об'яснение проблемы „Почему наше пространство имеет 3 измерения?“ мы найдем ответ и в Небесной механике. Если изучать, напр., движение планет и степень их устойчивости на их орбитах, а также

реагирование их на возмущающие силы, то, рассуждая методом аналогий и беря за центральные притягательные силы в n-мерном пространстве выражение $F=k\frac{Mm}{r^{n-1}}$, след. для $n>2$ потенциальной функцией и потенциальной энергией будет функция

$$U=k\frac{Mm}{(n-2)r^{n-2}},$$

можно изучать в этих предположениях проблему устойчивости планеты на орбите. Оказывается, что возмущающие силы, хотя бы они были достаточно малыми, вызывают в возмущенной планете движение по спирали к солнцу (центральному телу) или же отбрасывают их в ∞-ность в пространствах, начиная с 4-го измерения.

Я привожу эти, м. б., недостаточно строго проверенные выводы, но весьма интересные: ведь это значит, что там, где нам отказывает непосредственное восприятие, математический анализ, а затем и соответственно поставленный опыт помогут разрешить поставленную проблему.

22. В заключение несколько слов гносеологического характера. В свое время Leibniz развил философию „Praestabilierte Harmonie“ в мире. Современные математические науки говорят нам о такой гармонии: разве, напр., не гармония, что Эйнштейновские теории чисто формально могут быть интерпретируемыми при посредстве обобщенных теорем Stokes'a? Или разве, напр., не гармония в том, что геометрия прямых линий пространства Лобачевского может хорошо об'яснить дифференциальные уравнения Maxwell'a в пустоте?

Область физики неожиданно переплетается и, кажется, даже развивается параллельно отвлеченным математическим построениям. Конечно, да! И это утвердительное „да“ и говорит за то, что в мире все—связано, монистично и процессы Природы—аналог процессам даже самой отвлеченной мысли. Диалектика Природы и диалектика мысли тождественны.

Лобачевский своим творением внес в человеческую аппаратуру мысли величайший инструмент, коим одинаково хорошо можно оперировать и в области чистой математической мысли, и в области изучения и раскрытия тайн Природы, и тем самым он поставил и себе, и славному Казанскому Университету вечный и неувядаемый памятник.

Проф Н. Парфентьев.

Казань. 1926, II, 21.

Речь Вицепрезидента Академии Наук Академика В. А. Стеклова.

В 1829 году, в журнале „Казанский Вестник“ появилось сочинение Ректора Казанского Университета проф. Н. И. Лобачевского „О Началах Геометрии“, „извлеченное“, как говорит сам автор, из рассуждения „Exposition succincte des principes de la Céométrie etc“, читанного в заседании Отделения Физико-Математических Наук Казанского Университета ровно сто лет тому назад 12 февраля стар. стиля, т. е. 25 февраля нашего стиля 1826 года.

Это случилось через 12 дней после падения царского временщика Магницкого, стремившегося задушить всякое проявление „ничтожного лжеименного разума“, „беснующего умы против бога и царей“, запретившего даже преподавание геологии, как „науки совершенно противной священному писанию“, предписывавшего „лжеименной философии лишь доказывать ничтожество того же лжеименного разума“, а при помощи „физики и математики лишь всемогущество Творца вселенной“, принудившего всех лучших профессоров (Литтров, Реннер, Финке, Эрдман, Френ, Бартельс, Броннер) разбежаться, а других русских просто удалившего собственным произволом, как „неблагонадежных“.

Это событие произошло в то время, когда все даже так называемые порядочные люди в Казани с'ежились и не смели пикнуть, а часто и унижались до потери человеческого достоинства, когда произвол мракобесия и издевательство достигли таких размеров, о которых современному человеку трудно и судить.

И в то время, как в культурной Западной Европе, люди свободные и обеспеченные, как Тауринус и Болиай, впадали в отчаяние и гибли для науки, видя непонимание их откровений, в то время, как кумир ученого мира всего света великий Гаусс не осмеливался высказать публично свои мысли о Новой Геометрии, боясь укусов ее и крика беотийцев, Лобачевский, в стране рабства и произвола, создает свою „Новую Геометрию“, названную им, в конце концов, Пангеометрией и смело публикует свои „Новые Начала“.

Правда идея невозможности доказать V-ый постулат Эвклида, а также возможность основать Геометрию на ином более общем постулате возникала и раньше, а новые геометрические системы, основанные на предположении, что сумма углов треугольника меньше двух прямых, были в общих чертах построены почти одновременно в Германии, прежде всего Гауссом и затем Таурinусом, в Венгрии Болиай и у нас юристом Швейкартом в Харькове и Лобачевским в Казани, но первый печатанный труд, где Новая Геометрия была развита строго и в надлежащей полноте, принадлежит Лобачевскому.

Наилучший из трудов этой категории Болиай, опубликованный в 1832 году, т. е. через 3 года после „Новых Начал" Лобачевского, по словам самого Гаусса есть точное воспроизведение статьи „путь, которым шел твой сын, результаты, к которым этот путь привел, почти совершенно совпадают с моими", говорит Гаусс к отцу Иоганна Болиай.

А в письме к Шумахеру относительно Лобачевского пишет: „Изложение в сочинениях Лобачевского проведено иным путем и сделано в высшей степени мастерски и в чисто геометрическом духе". Притом, как видно отчасти уже из вышесказанного, Таурinус, Болиай, даже Швейкарт, несомненно были знакомы с идеями Гаусса, а Лобачевский, как установлено теперь беспристрастными изысканиями немецкого же ученого Энгеля, не мог и знать о мыслях Гаусса.

Сомнительно даже, что мог знать в глухой Казани о старинных работах иезуита Саккери и Ламберта, которые едва ли могли ускользнуть от внимания Гаусса.

Можно с большой вероятностью утверждать, что Лобачевский построил свою геометрию совершенно самостоятельно, путем вполне отличным от того, которым шли Гаусс и Болиай „мастерски и в чисто геометрическом духе", и в первом же своем труде развил эту геометрию с такой строгостью и полнотою, которой не было ни у Болиай, ни тем более у Швейкарта и Таурinуса.

(Я считаю поэтому, что справедливость требует удержать за геометрией, созданной самобытным и совершенно исключительным гением Лобачевского, название „Геометрии Лобачевского")[1].

Сопоставляя те условия, при которых приходилось жить и работать Лобачевскому, то обстоятельство, что на нем лежало еще такое множество педагогических, административных и хозяйственных обязанностей, что можно только изумляться, как хватало

[1] Скобки в рукописи автора.

у него времени и сил для столь блестящего, как это признавалось даже его современниками, выполнение этих одних обязанностей, придется сказать, перефразируя слова Сперанского, „Лобачевский—это чудо".

Понятно, что в те времена этот выходящий из ряда вон Гений, был непонятен и чужд его современникам не только у нас, но и во всем мире. Только один Гаусс мог оценить его, а у нас он даже подвергался насмешкам и издевательству. Но через десяток лет после его смерти и особенно после опубликования писем Гаусса искра брошенная им зажгла весь ученый мир и непонятный при жизни гений превратился в Колумба или Коперника Геометрии, совершившего революцию не только в области геометрии и математических наук, но и философии вообще. Его трудами впервые строго и раз невсегда доказана ошибочность основ всех идеалистических систем, а также и Кантовской, стоящей в промежутке между идеализмом и материализмом.

Мне думается, что и до сих пор грандиозная фигура Лобачевского не очерчена во всем его величии, и можно приветствовать с глубокой признательностью Казанский Университет и Физико-Математическое Казанское Общество, что оно пользуется благоприятным случаем, дабы еще раз и с еще большей определенностью выявить перед всем миром всю мощь и все разнообразие творческих сил еще не вполне раз'ясненного, исключительного Гения самородка нашего Лобачевского.

Однако такого Гения достаточно, чтобы на долгие века покрыть неувядаемой славой Университет, его воспитавший, и чтобы внушить всем твердую уверенность, что край, родивший такого гения, и в будущем не отступит „на поприще ума".

От имени Академии Наук приветствую Казанский Университет и Физико-Математическое Общество, а также Правительство Татреспублики, которое могло устроить этот скромный, но весьма поучительный для всех народов, населяющих СССР, праздник науки.

Да процветает Казанский Университет и пусть он неуклонно следует заветам бессмертного Лобачевского.

Речь проф. В. Ф. Кагана.

История науки знает множество открытий, поражавших как современников, так и последующие поколения то исключительной неожиданностью обнаруженных фактов, то независимостью и смелостью научной мысли, то глубиной проникновения и энтузиазмом творчества.

Девятнадцатое столетие было особенно чревато такими открытиями. На заре этого столетия был открыт закон сохранения вещества и на нем построена современная химия; в этом столетии установлен закон сохранения энергии и на нем построена современная физика; в этом столетии установлен закон эволюции и на нем построена современная биология; в этом столетии установлена микрометодика и открыты микроорганизмы—на этом построена современная медицина; в этом столетии открыты спектральный анализ и фотография и на них построена современная космология. В этом столетии открыты паровые, электрические и химические двигатели и на них построена современная техника.

Все эти открытия произвели полный переворот в нашей культуре. Они глубоко проникли во все стороны жизни человека, во все уголки общественных, классовых и государственных отношений,—они овладели всей жизнью на земле.

И если эти открытия стали завоеваниями, то они этим обязаны мощному аппарату исчислений, созданному математиками. В этом столетии творили Лагранж, Лежандр, Коши, Фурье, Гаусс, Абель, Якоби, Понселе, Галуа, Вейерштрасс, Чебышев. Когда обозреваешь их творчество, то страх берет за будущее математики: кажется, что эти титаны овладели всем, что может об'ять математическая мысль.

И среди всех этих достижений, слепящих своим блеском взор специалиста и профана, открытие, столетие которого мы ныне торжественно празднуем, все-таки занимает исключительное место и навсегда сохранит яркий ореол, отличающий его от других завоеваний науки.

Конечно, прикладным знанием оно непосредственно еще не овладело; я не возьму на себя смелости сказать, что оно им

овладеет. Но на наших глазах оно уже подымается на те командные высоты человеческой мысли, на вершинах которых сходятся пути и химии, и физики, и биологии, и медицины, и космологии, и техники, и общественных, классовых, государственных отношений.

Здесь, при этом открытии, обнаруженные факты по своей неожиданности напоминали не то фантастическую сказку, не то бред умалишенного. Здесь независимость открытия, отделенного пропастью от прошлого, напоминало легенду о творении. Здесь смелость научной мысли достигла высшего дерзновения, глубина проникновния и энтузиазм творчества граничили с самопожертвованием.

И это не только большая неожиданность, большая независимость и смелость мысли, более глубокое проникновение, более яркий энтузиазм. Это уже та количественная разница, которая претворилась в качество,—это уже открытие другого порядка, это открытие высшего порядка.

Говорили не раз, повторяя Сильвестра, что Лобачевский — это Коперник геометрии. Граждане и товарищи! Я беру на себя смелость сказать, что это сравнение для Лобачевского недостаточно ярко. Разве идеи Коперника, по существу, были так неожиданны? Разве за две тысячи лет до Коперника им не учил Аристарх Самосский? И так ли далеки от них были идеи Гиппарха Родосского? Разве был астроном, не знавший соображений, по которым их отверг Птолемей? Нет, великое творение Коперника было осуществлением замысла эллинских геометров, не угасавшего в течение двух тысячелетий и оплодотворенного открытиями Галилея.

А идеи неевклидовой геометрии в течение этих тысячелетий и не возникали. Рассуждения Сакке́ри и Ламберта, это-лишь весьма слабые зачатки, зародыши, которые заглохли, удушенные традиционной верой в Евклида и не оказали ни малейшего влияния ни на Больай, ни на Лобачевского. Неевклидова геометрия в сознании Лобачевского зачата самооплодотворением, выношена силами его собственного гения, отречением от эллинской геометрии повита и появилась на свет, как Афина Паллада из головы Юпитера.

На центральной площади небольшого польского города Торна стоит памятник Копернику. На нем выгравирована надпись: „Solis stator, terrae motor“.—„Остановивший солнце—двинувший землю“.

Граждане и товарищи! Я беру на себя смелость утверждать, что было легче остановить солнце, что легче было двинуть землю, чем уменьшить сумму углов в треугольнике, свести параллели

к схождению и раздвинуть перпендикуляры к прямой—на расхождение!

История науки не знает открытия, которое по исключительной неожиданности обнаруженных фактов сколько-нибудь бы приближалась к тому, столетие которого мы ныне празднуем. Теперь о глубине проникновения.

Какими средствами, какими путями, проник Лобачевский в эти сокровенные тайники „воображаемой“ геометрии?

Тривиальный, ни в ком сомнений не вызывающий факт заключается в том, что математические истины познаются двумя путями—с одной стороны интуицией в различных ее проявлениях,—начиная с непосредственного воззрения и кончая сложными опытами, и логикой, с другой стороны: интуиция намечает, логика проверяет;—интуиция предуказует, логика устанавливает; интуиция открывает, логика доказывает.

Но о какой интуиции может быть речь в неевклидовой геометрии? Разве каждое ее предложение не есть отрицание всякой интуиции, не противоречит всякой интуиции? Отсюда заключали, что в процессе открытия неевклидовой геометрии действующей силой была только чистая логика. Открытие неевклидовой геометрии и рассматривается обыкновенно, как победа логики над интуицией. Лобачевский создал „воображаемую геометрию“, в этом величие его творения, в этом источник всех нападений, которым оно подвергалось. Воображаемую геометрию нельзя списать с живой природы; воображаемая геометрия есть чистое творение человеческого ума.

„Следовательно“, Воображаемая геометрия „есть творение праздное, ненужное измышление нездоровой фантазии“,—говорили одни. „Следовательно, всякая геометрия есть свободное творение человеческого ума“,—говорили другие.

„Если авторитет Гаусса“,—писал Дюринг,—„привел к тому, что последние логические основы геометрии указанным путем (т. е. через неевклидову геометрию и мнимые числа) предстали в мистическом свете, то это можно об'яснить только религиозными предрассудками Гаусса, связанными с ограниченностью его общего мировоззрения“.

„Другие гипотезы только кажутся таковыми“, „писал Пуанкарэ“, а в действительности сводятся к определениям и чистым соглашениям. Гипотезы последнего рода особенно часто встречаются в математике и в смежных с нею дисциплинах. Именно отсюда и проистекает строгая точность этих наук; эти науки представляют собою продукт свободного творчества нашего духа“.

Не для того, чтобы здесь, на этой кафедре и в этот торжественный момент вызывать призраки острых гносеологических споров, я привел эти цитаты. Я их привел для того, чтобы показать, среди каких резких контроверз прокладывала себе путь неевклидова геометрия,—как противоположны были те силы, которые вольно или невольно, но во всяком случае совместно ее подымали на командные высоты научной мысли.

Но, как ни убедительны, на первый взгляд, эти доводы за то, что неевклидова геометрия есть победа чистой логики над интуицией, я беру на себя смелость утверждать, что это все же далеко не так просто. Кто читал Лобачевского от доски до доски, тот потвердит, что не только „Geometrische Untersuchungen", не только „Новые Начала", но все его работы, содержащие аналитические приложения неевклидовой геометрии насквозь проникнуты интуицией. Изымите наглядные представления из его вычислений и от них не останется ничего; вернее, останутся результаты, которые нужно будет воссоздавать иными путями, иными средствами.

Пусть это кажется парадоксом, но я утверждаю, что Лобачевский интуицией победил интуицию.

И такой ли уже это парадокс? Скажите, разве не с живой природы списаны все сказки и вымыслы, все эти гении и демоны, гномы и великаны, феи и чудовища? Разве человеческая фантазия когда-либо работала, когда-либо могла работать иначе, чем образами, усвоенными из живой природы. И волшебная сказка, созданная Лобачевским, есть чудное сплетение пространственных образов, перевитых прочною сетью тонких логических рассуждений. Я не знаю, хватает ли моих сил, чтобы это достаточно осветить. Я хотел бы ярко изобразить, что не односторонним развитием той или иной способности была создана неевклидова геометрия;—что все силы человеческого духа, логика и интуиция, трезвость и фантазия, анализ и синтез, все формы и силы мысли в своих, иногда противоположных проявлениях соединились для этого творения.

„Из ничего,—писал Иоанн Больай своему отцу,—я создал целый новый мир". Да, Гаусс, Больай и Лобачевский несомненно построили целый новый мир, новый мир, который до них не был ведом, к которому никто до них не проложил путей; но, конечно, они построили его не из „ничего". Они построили его из сокровенного материала, накопленного научной мыслью, конкретной и абстрактной, путем созерцания и обсуждения, средствами интуиции и логики.

Позвольте мне продолжить свою, быть может, несколько рискованную аналогию дальше. В ранней молодости в Одессе мне пришлось быть на лекции известного биолога, покойного Александра Онуфриевича Кавалевского. Одна мысль, им высказанная, глубоко запала мне в голову."

„Можно сказать,—говорил он,—что нет того сказочного существа, нет того фантастического изменения народной фантазии, которого естествоиспытатель бы не обнаружил в живой природе в настоящем или чаще в прошлом. Все эти летающие дракопы, многоголовые гидры, стоглазые змеи (не помню точно, называл ли он именно эти чудовища), всех их видела история земли. Более того, все эти фантазии совершенно бледнеют перед теми причудливыми формами, которые открывает естествоиспытатель, восстанавливающий ход эволюции по тем скудным следам, которые нам сохранила история земли".

И волшебная сказка, созданная Гауссом, Лобачевским и Больай, оказалась былью. Фантастический мир превратился в действительность. Воображаемая геометрия получила осуществление на реальных формах. Но эти формы не были извлечены из далекого прошлого; это было предвосхищение будущего, предуказание его грядущих этапов. И те формы, к которым воображаемая геометрия может быть отнесена, были предсказаны в мельчайших деталях качественных и количественных. Такого проникновения библейская сага не приписывала своим пророкам.

Эллинская геометрия, казалось, должна была составить исключение из закона эволюции. Две тысячи лет тому назад она застыла в своих величавых, прекрасных формах, как зачарованная красавица в народной сказке. Но сто лет тому назад пришли три витязя: один из немецкой, другой из венгерской, третий из русской земли. Они окропили ее мертвой и живой водой. И геометрия воскресла к новой жизни,—нет, к новой мощной эволюции, которая широко развертывается на наших глазах и в которой она как будто хочет захватить и механику, и физику, и космологию.

Пусть это еще фантазия: но, кто знает, так ли мы далеки от ее осуществления. Неевклидова геометрия ко дню своего столетнего юбилея еще далеко не сказала своего последнего слова.

Глубокую эволюцию уже пережило не только содержание, но и строение неевклидовой геометрии. Риманн ее строил из выражения элемента длины, Гельмгольц—из законов движения, Софус Ли—по группе преобразований, которыми эти движения выражаются, Клейн ее выводил из проективной метрики Кели,

Киллинг се строил из того принципа, что в бесконечно малом сохраняется геометрия Евклида,—Бельтрами—по постоянной кривизне пространства, Гильберт ее развертывает при помощи специального исчисления. В наши дни Леви-Чивита и Вейль ее выводят из своеобразных законов параллельного перенесения. Комиссия по изданию полного собрания сочинений Лобачевского обратилась к проф. Либману в Берлине с просьбой дать нам статью о новых методах построения неевклидовой геометрии. В ответном письме, выражая свое согласие, Либман, однако, замечает: „Я всегда держался того мнения, что, по существу, лучшее построение неевклидовой геометрии, это то, которое дали Лобачевский и Больай". Мы сошлись; я тоже всегда придерживался того же мнения.

В чем же заключается особенность этого построения? Оно идет через возрождение Евклидовой геометрии в недрах воображаемой геометрии. Мертвая вода смыла самовластие Евклидовой геометрии, заставило ее отказаться от того абсолютного господства, с которым она владычествовала в пространственных отношениях; живая вода дала ей, самой Евклидовой геометрии вечное бытие. Насильственно устраненная с плоскости она перенеслась на предельную поверхность и оттуда продиктовала законы пространства. На памятнике Гаусса, по его завещанию, выгравирован правильный семнадцатиугольник, вписанный в круг. Творец новой теории чисел, способа наименьших квадратов, теории потенциала, методов вычисления планетных орбит и прочая, и прочая, и прочая—видел в решении этой, как будто малой кому нужной, геометрической задачи перл своего творения. На гробнице Лобачевского следовало бы выгравировать предельную поверхность; не сомневаюсь, что это соответствовало бы его заветам. Это был центральный момент в деле создания неевклидовой геометрии.

В новой системе геометрии или, вернее, в новой системе геометрий, классическая геометрия Евклида заняла скромное место одного идеального частного случая. Но уступив свое первородство, она этот свой пост заняла с незыблемой прочностью.

Платон был неправ: по гносеологии, проистекающей из открытий Гаусса, Больай и Лобачевского, геометрия есть не познание вечно существующего, а вечное средство для познания существующего. Но вечно меняется все существующее, вечной эволюцией охвачено мироздание, и для его познания должна эволюционировать и геометрия. Через 20 лет после открытия неевклидовой геометрии Араго писал: „Говорили, что математический анализ

есть инструмент. Может быть такое сравнение и можно допустить; но нужно в то же время признать, что этот инструмент, как сказочный Протей, должен постоянно менять свою форму".

Это тоже вещие слова. Но что же это случайно, что Араго говорит только об анализе, как бы выключая из этой эволюции геометрии? Я думаю, нет. До него еще не дошла весть о возрождении, для него геометрия еще оставалась застывшей наукой Платона и Евклида, безизменное знание безизменно существующего. Иерихонская труба еще не прозвучала из могилы Гаусса. Новые идеи еще оставались достоянием своих творцов. Горькие вопли Больай, полные страсти и негодования, еще оставались достоянием старой военной переписки, на обратной стороне которой Иоанн запечатлел свои одинокие страдания,—Н. И. Лобачевский еще заглушал жестокую драму своей жизни напряженной работой на пользу родного университета.

Откуда это безграничное море клокочущей злобы, поднявшееся вокруг этих отвлеченных идей, казалось бы лежащих по ту сторону добра и зла, за пределами людских страстей и живых интересов?

Позвольте привести еще одну цитату из Араго.

„Les mathématiques ont été de tout temps des adversaires implacables de tout roman scientifique „Математика во все времена была непримиримым врагом всякого романа в науке".

Между тем, неевклидова геометрия так походила на роман, на фантастический роман в самой прочной цитадели математических традиций! Это играло огромную роль в том враждебном отношении, которое она встретила среди наиболее серьезных математиков и естествоиспытателей. Однако, когда Австрийское Министерство Народного Просвещения в 1871 г. запретило профессору Фришауфу—одному из первых пионеров распространения идей Больай и Лобачевского, читать курс неевклидовой геометрии („несмотря на всю нашу свободу преподавания и обучения",—замечает профессор)—то, конечно, это произошло не потому, что Министерство не допускало фантастических романов в университетском преподавании.

Большую роль сыграло самое изложение новых идей в трудах Больай и Лобачевского. Много раз приводились слова Гаусса, что сочинения Лобачевского напоминают непроходимый лес, через который не может пробраться ни один человек, не изучивший предварительно каждое его дерево. А первое сочинение Лобачевского могло быть доступно только тому, кто дождался последующих произведений и вернулся к ним повторно. Да, это

играло огромную роль. Но, ведь математики, как никакие другие ученые привыкли пробираться через дебри труднейших рассуждений. И тогда, когда уже существовали прекрасно разработанные изложения неевклидовой геометрии, я еще лично слышал от лиц с мировыми именами, что они и читать этих произведений не желают. Дело, очевидно, не исчерпывается и трудностью понимания.

Старый геттингенский геометр из под сводов своей обсерватории хорошо изучил человеческую натуру. Он один понимал, как глубоко революционно новое учение, как решительно оно уничтожает осиные гнезда традиций, унаследованных от тысячелетий. А против мощных ударов глубокой революции, беспощадно сносящих старые устои, из самых разнообразных побуждений, дурных и хороших, высоких и низменных, всегда сплочаются самые разнообразные силы, в какой бы области эта революция не происходила. А открытие неевклидовой геометрии было величайшей революцией в области человеческой мысли, какую только знает история науки. Inde ira.

Народный Комиссариат по Просвещению.

Народный Комиссариат по Просвещению Р.С.Ф.С.Р. приветствует Казанское Физико-Математическое Общество и Казанский Государственный Университет со 100-летним юбилеем знаменательной даты в истории мировой науки: в одном из самых глухих углов Николаевской России, в новом Университете, появилась работа, определившая на столетие вперед развитие геометрии, а в наши дни и равитие математического естествознания. Работы Н. И. Лобачевского не были оценены современными ему представителями оффициальной математической науки: только гениальный Гаусс в письмах признавал все величие его идей.

В лице Лобачевского наша страна первая выступила на путь пересмотра основ математики и тем самым на путь пересмотра конечных выводов естествознания. Только благодаря революционизирующей деятельности таких людей, как Лобачевский, сделался возможным пересмотр основ всего научного мировозрения.

Наркомпрос надеется, что многочисленные рассадники науки и просвещения, возникшие после Революции, послужат источником новых плодотворных идей, источником революционного преобразования науки и ее методов.

Народный Комиссар по Просвещению А. Луначарский.

Начальник Главнауки Петров.

1-й Московский Государственный Университет Казанскому Университету и Физико-Математическому Обществу.

1826. 25/II—1926. 25/II.

В этот день торжественного воспоминания о том, как сто лет тому назад Профессор молодого Казанского Университета впервые вынес на арену мировой мысли свои идеи о природе пространства, Московский старейший в России Университет с особой радостью приветствует Казанский Университет и Казанское Физико-Математическое Общество.

Прошло сто лет и те странные и непонятные для современников идеи, которые создал и мужественно защищал Лобачевский, теперь получили признание и легли в основу напряженной научной работы в области освещенной трудами Николая Ивановича Лобачевского. Смело можно сказать, что современные взгляды на природу и сущность пространства корнями своими упираются в идеи, провозглашенные сто лет тому назад Лобачевским.

Вечная слава знаменитому профессору, честь и слава Университету воспитавшему такого ученого.

Ректор: Декан Г. Мирченко.

Ленинградский Государственный Университет.
12 (24) февраля 1826—25 (12) февраля 1926.

Ровно сто лет тому назад в этих стенах брошено Лобачевским, впервые в мире, слово о возможности построения непротиворечивой геометрической системы без Евклидова постулата о параллельных линиях.

Понадобилось почти сорок лет для того, чтобы это положение начало входить в сознание ученых; все это время только здесь настойчиво проповедовал ее Лобачевский, одинокий и мало понятый до конца своей жизни; только в этих стенах тлел огонек, для поддержки которого тогда было нужно мужество, не обнаруженное Гауссом и который горит теперь ярким пламенем.

Через сто лет значение открытия Лобачевского выяснилось с полной очевидностью.

Понимание геометрии, как внутренно непротиворечивой системы, сделало необходимым появление многочисленных глубоких исследований об основаниях геометрии, достигших теперь полного развития, и обусловило их самую возможность.

Уничтожение понимания пространства, как априорной формы познания, вместе с тем открыло путь гениальным изысканиям Римана и через них воможность новых форм математического описания мира, в которых свойства пространства тесно связаны с физическими явлениями, как это имеет место в работах по принципу относительности.

Новая система, как то предвидел Лобачевский, дав новые геометрические образы, получила многочисленные приложения к отделам математики и механики, на первый взгляд весьма далеким от геометрии, обнаружив единство там, где, казалось, не было точек соприкосновения.

Творец новой ситемы близок и понятен нашей эпохе и как мужественный деятель не только в своих научных дерзаниях, но и в своих глубоко общественных устремлениях в области народного просвещения.

Казанский Университет после смерти гениального творца воображаемой геометрии не только продолжал его дело руками его учеников, принимая участие в его дальнейшем развитии, но он много способствовал проникновению этих идей в широкие массы.

В знаменальный день столетней годовщины первого доклада Лобачевского об его открытии Ленинградский Университет шлет привет своему собрату и сердечное пожелание и впредь продолжить свою славную и плодотворную деятельность.

Ректор проф. А. Державин.

Декан физико-математического факультета Н. Каменьщиков.

2-ой Московский Государственный Университет Казанскому Государственному Университету и Казанскому Физико-Математическому Обществу.

В день столетнего юбилея знаменательного заседания Физико-Математического Отделения Казанского Университета, когда Н. И. Лобачевский огласил величайшее открытие, которое покрыло бессмертной славой как гениального первенца Университета, так и Высшую Школу, приведшую его к творчеству, Второй Московский Государственный Университет с торжеством и гордостью приветствует Казанский университет и Казанское Физико-Математическое Общество.

С торжеством и гордостью все факультеты и отделения Университета, все его ученые Коллегии взирают на победоносное шествие идей великого Казанского геометра, с каждым десятилетием овладевающих все более широкими областями человеческого знания.

Второй Московский Университет шлет старшему рассаднику научных зданий товарищеское пожелание дальнейшего могучего расцвета его творчества и прежней устойчивости смелой научной мысли, не только не отступавшей перед революционным переворотом, но твердо его защищавшим.

Пусть страницы его „Ученых Записок“ будут попрежнему полны свежих, смелых и ярких идей, вызывающих изумление и преклонение всего мира.

Да будет Казанское Физико-Математическое Общество, славное детище славного Университета, его сотрудником и опорой на пути выполнения его широких задач. Пусть Университет и Общество на востоке нашего Союза вместе творят прочное, мощное, широкое и глубокое научное дело. Пусть хранят они совместно заветы Лобачевского, пусть растят таких же беззаветных борцов за отважную научную мысль.

Ректор Университета А. Реформатский.

Председатель Математической
Предметной Комиссией Вен. Каган.

Московское Математическое Общество.

Московское Математическое Общество приветствует Казанский Университет и Казанское Физико-Математическое Общество в знаменательный день столетней годовщины первого публичного изложения идей неэвклидовой геометрии великим русским геометром Н. И. Лобачевским. Имя Лобачевского, как творца новой геометрической системы, вписано неизгладимыми чертами в истории не только русской, но и всемирной науки. Прошло сто лет со времени обнародования Лобачевским его геометрических изысканий, содержащих разрешение многовековой и труднейшей проблемы геометрии о недоказуемости пятого постулата Эвклида и открывших путь к новому направлению научной мысли в исследовании аксиом и основ математики.

Идеи Лобачевского явились мощным стимулом развития не только геометрии, но и различных отделов математического анализа, а в последние годы находят плодотворное применение в качестве могучего орудия исследования труднейших вопросов математического естествознания.

Московские математики, об'единенные в Московском Математическом Обществе, в этот знаменательный день, посвященный памяти нашего великого математика Н. И. Лобачевского, являющийся праздником русской и мировой науки, просят Казанский Университет и Казанское Физико-Математическое Общество принять их поздравления и пожелания успешного развития и процветания нашей науки.

Президент Д. Егоров.

Секретарь И. Привалов.

20 февраля 1926.

Северо-Кавказский Университет.

Казанскому Государственному Университету.

Ровно сто лет тому назад в заседании Физико-Математического Факультета Казанского Университета Н. И. Лобачевский сделал доклад, в котором впервые высказал свои гениальные идеи о не-эвклидовой Геометрии. Это событие следует считать одним из крупнейших в истории Геометрии; от него начинается новая эпоха, характеризующаяся более глубоким проникновением в основы науки и тесной связи с философией.

Непонятый даже наиболее крупными из своих современников и не получив при жизни той славы, которую заслужил, Лобачевский последующими поколениями был признан гениальным геометром и мысли его до сих пор являются неиссякаемым родником все новых геометрических работ.

Не-эвклидова Геометрия и возникшая из нее аксиоматика разрабатывается в настоящее время первоклассными математиками, которые таким образом продолжают дело Лобачевского.

Наша родина должна гордиться Лобачевским, им должна гордиться и его alma mater Казанский Университет.

Северо-Кавказский Университет в торжественный день столетней годовщины начала Геометрии Лобачевского шлет свои приветствия Казанскому Университету с пожеланиями продолжения его плодотворной деятельности согласно заветам гениального геометра, воспитанного им.

Ректор Северо-Кавказского Университета Л. Ефременко.

Члены правления, Профессора и преподаватели Университета.

Научно-Исследовательский Институт Математики и Механики при Первом Московском Государственном Университете.

Казанскому Государственному Университету и Казанскому Физико-Математическому Обществу.

Сто лет тому назад гениальный питомец молодого Казанского Университета, Н. И. Лобачевский, совершил открытие, которому история науки вряд ли знает равное по независимости и смелости мысли, по исключительной неожиданности установленных фактов, по глубине проникновения и энтузиазму творчества.

Доступное в то время лишь немногим людям той же силы ума, новое учение не только не было оценено современниками

ни в России, ни на западе, но было встречено враждебным отрицанием и суровым осуждением. Но сила научной правды одолела все сопротивления, и неэвклидова геометрия в настоящее время признана одним из перлов научного творчества. Она произвела глубокий переворот в наших воззрениях на сущность геометрии и математики и привела к разрешению многовековой задачи об основании этих наук; на наших глазах она прокладывает себе путь к основам механики и физики.

Столетний юбилей этого открытия совпадает с эпохой величайшего торжества смелой теоретической научной мысли.

Казанский Университет никогда не становился на сторону противников великого творения Лобачевского. Изданием же его трудов он чрезвычайно содействовал победоносному шествию его идей.

Казанское Физико-Математическое Общество создало центр, распространявший, растивший, крепивший учения Лобачевского.

Ныне, когда свершается столетие с того дня, как гениальный питомец Казанского Университета оповестил в его стенах о своем великом открытии, Научно-Исследовательский Институт Математики и Механики при Первом Московском Государственном Университете горячо приветствует Казанский Университет и Казанское Физико-Математическое Общество. Институт выражает полную уверенность, что в грядущие годы и века Казанский Университет будет растить в своих питомцах независимость и смелость научной мысли, будет их учить глубине проникновения, будет в них вселять энтузиазм творчества.

А Казанское Физико-Математическое Общество будет верным союзником Университета на этом пути, углубляя и укрепляя его завоевания в области точного знания.

Директор Института Д. Егоров.

Член Коллегии Университета В. Костицын.

Государственный Научно-Исследовательский Геофизический Институт.

Государственный Научно-Исследовательский Геофизический Институт, приветствуя Казанское Физико-Математическое Общество и Казанский Университет, присоединяется к празднику Русской Науки.

Неэвклидова геометрия, возможность и логическая реальность которой была здесь впервые доказана 100 лет тому назад, на наших глазах становится физической реальностью. Методы, указанные

ее гениальным творцом, уже стали неизбежными в вопросах астрофизики—их приложение к явлениям размерности земного шара представляют собою очередную задачу геофизики наших дней.

Подписали: С. Небольсин, В. Костицын, В. Виткевич, С. Бажанов, Н. Розов, С. Ковнер.

Москва, 22 февраля 1926 г.

Донской Политехнический Институт.

Казанскому Государственному Физико-Математическому Факультету и Казанскому Физико-Математическому Обществу.

От Донского Политехнического Института.

Донской Политехнический Институт в составе всех своих пяти факультетов приветствует Казанский Университет, его Физико-Математический Факультет и Казанское Физико-Математическое Общество с юбилеем того памятного в истории науки дня, когда в стенах Университета впервые были высказаны глубокие и необычайно смелые идеи, открывшие новую эпоху в учении о пространстве.

Присоединяясь к настоящему празднику чистой науки, Донской Политехнический Институт, как Высшая Техническая Школа, выражает уверенность, что развитие чистой науки и техники должно находиться в тесной связи, дабы создать те идеальные условия культурной жизни, о которых говорил Н. И. Лобачевский в своей речи: „О важнейших предметах воспитания“.

Честь и слава Казанскому Университету и его Физико-Математическому Факультету, давшим миру гениального ученого—Коперника Геометрии! Сердечное пожелание дальнейшего столь же успешного служения на пользу и процветание науки, одинаково дорогой, как Университету, так и Высшей Технической Школе.

Ректор Института проф. М. Троицкий.

г. Новочеркасск. 17 февраля 1926 г.

Государственное Издательство РСФСР.

Казанскому Государственному Университету и Казанскому Физико-Математическому Обществу.

В день, когда взоры всего ученого мира обращены к далекой столице Татарской Республики, к ее славному Университету, празднующему столетие величайшего открытия своего питомца,

к Казанскому Физико-Математическому Обществу, стойко это открытие защищавшему, Государственное Издательство РСФСР приносит Университету и Обществу горячий и почтительный привет.

Вместе со всеми учеными учреждениями Республики Государственное Издательство чрезвычайно гордится тем, что из далекой восточной окраины нашего Союза, тогда еще мало приобщившейся к Европейской культуре, вышло одно из наиболее замечательных, наиболее смелых, наиболее революционных завоеваний научной мысли.

Государственное Издательство РСФСР счастливо, что к Юбилейному торжеству оно может преподнести Казанскому Университету и Казанскому Физико-Математическому Обществу готовую к печати рукопись первого тома полного собрания сочинений Н. И. Лобачевского—тома, в котором ученые всего мира освещают его жизнь, его великое научное творение, освещают значение, которое его открытие приобрело во всех отраслях знания. Государственное Издательство примет все меры к тому, чтобы этот том возможно скорее вышел в свет, чтобы за ним возможно скорее появились другие томы, содержащие самые творения Лобачевского.

Пусть в новых социалистических условиях жизни страны крепнет и ширится творчество Казанского Университета, пусть широко развертывается деятельность Казанского Физико-Математического Общества. Государственное издательство РСФСР будет счастливо преподносить миру в печатной книге результаты их грядущего творчества.

Заведующий Государственным Издательством РСФСР.

Заведующий Научным Отделом Вен. Каган.

Редакционная Комиссия по изданию полного собрания сочинений Н. И. Лобачевского.

Казанскому Государственному Университету и Казанскому Физико-Математическому Обществу.

Сто лет тому назад в стенах Казанского Университета наш великий геометр Н. И. Лобачевский впервые публично выступил со своим гениальным открытием. Ныне, когда весь ученый мир празднует юбилей этого события, Редакционная Комиссия по изданию полного собрания сочинений Н. И. Лобачевского приветствует Казанский Университет и Физико-Математическое Общество

и выражает пожелание, чтобы идеи Лобачевского, получившие такое блестящее развитие в трудах крупнейших ученых всего мира, продолжали жить и развиваться в работах питомцев Казанского Университета, группирующихся около Физико-Математического Общества.

Председатель Комиссии Д. Егоров.
Секретарь Комиссии Вен. Каган.

Ленинградское Физико-Математическое Общество.

Физико-Математическому Обществу при Казанском Университете от Ленинградского Физико-Математического Общества.

Прошло сто лет со времени открытия Лобачевского и значение его работ выяснилось с полной очевидностью. Лобачевский впервые провел отчетливую границу между опытной и отвлеченной Геометрией. Понимание Геометрии, как внутренно непротиворечивой логической системы, обусловило возможность появления многочисленных работ об основаниях Геометрии, получивших впоследствии столь широкое развитие. С другой стороны ясное разграничение опыта и теории в Геометрии, пробив брешь в понимании пространства, как априорной формы познания, открыло путь к глубокомысленным изысканиям Римана и в конечном счете обусловило возможность такого смелого построения, как принцип относительности. Оправдалось и предсказание Лобачевского, что его геометрическая система, независимо от ее опытной проверки, может стать исходной точкой для развития тех или иных отделов анализа, ибо его Геометрия действительно получила многочисленные приложения, многие из которых относятся к отделам математики, на первый взгляд весьма далеким от Геометрии.

Казанский Университет, всегда бережно сохранял наследие Лобачевского, принимал участие в его дальнейшем развитии и способствовал распространению знаний о нем в более широких кругах.

Посылая Физико-Математическому Обществу при Казанском Университете свое приветствие, Ленинградское Физико-Математическое Общество желает ему и впредь продолжать эту плодотворную деятельность.

Председатель Н. Гюнтер.
Секретарь А. Гаврилов.

Народный Комиссариат Просвещения Татарской Республики и Секция Научных работников Рабпроса.

В Правление Казанского Государственного Университета и в Совет Физико-Математического Общества.

Народный Комиссариат Просвещения Татарской Республики и Секция Научных работников Рабпроса, приветствуя в сегодняшний знаменательный день славный Казанский Университет, выражает твердую уверенность, что научно-исследовательская работа, идущая рука об руку с подготовкой новых работников высокой квалификации, будет и впредь развиваться в Университете с неослабной энергией.

Несмотря на желание царского правительства сделать Университет на ряду с Духовной Академией орудием порабощения туземных масс, несмотря на беспросветную реакцию, бушевавшую вокруг Университета в годы расцвета научной и административной деятельности Лобачевского, Университет вместо той позорной роли, которая была ему уготовлена, сумел пронести через горы угнетения и духовного рабства независимую научную мысль и стремление сделать эту науку достоянием широких масс.

Октябрьская революция сблизила науку с трудящимися, дала возможность осуществить мысли лучших научных работников Казанского Университета.

Пусть же и впредь Казанский Университет останется рассадником научной мысли и еще более всесторонне охватит в своей деятельности изучение природы, культуры и хозяйства нашего края.

Народный Комиссариат Просвещения ТССР.

Секция Научных Работников Рабпроса.

Государственный Казанский Институт для усовершенствования врачей имени В. И. Ленина.

Государственному Казанскому Университету имени Ульянова-Ленина.

В день столетия великого открытия неэвклидовой геометрии, давшего не только новые области для математического мышления, но и осветившего новые пути философской мысли, молодой Государственный Казанский Институт для усовершенствования

врачей имени В. И. Ленина приносит Государственному Казанскому Университету сердечные поздравления с победой человеческого гения, принадлежащего одному из лучших сынов и вождей Казанского университета Николаю Ивановичу Лобачевскому,

Мы, работники прикладной науки, благоговейно склоняем головы перед памятью бессмертного математика, который дал возможность глубоко проникнуть в тайны нашего духовного бытия и которым по праву гордится родной Университет, наша страна и все человечество.

Директор Института, проф. Лурия.

Ученый секретарь Института, проф. Лепский.

Саратовский Государственный Университет.

Universitati Kazaniensi.

Sectio Physico-technica Universitatis Saratoviensis Salutem.

Saeculo peracto postquam summus ille N. I. Lobatschevskius geometriam non-euclideam creavit, cujus ope mens humana novam quandam potentissimamque methodum spatium geometricum universumque mundum physicum nunc autem tempus cognoscendi recepit gloriaque inventi hujus et matheseos rossicae totum per orbem terrarum propagata est, nos—Scientiarum physico-mathematicarum in Universitate Saratoviensi professores—majori socio nostro clarissimae Universitati Kazaniensi gratulamur.

Gloreat scientia rossica, vivat Universitas Kazaniensis, sit nomen indelebile N. I. Lobatschevskii exemplum et lumen mathematicis junioribus, diebus via centum ante annis ab eo monstrata feliciter progredientibus, operibusque suis omnem altitudinem valoremque theoriae Lobatschevskianae etiam adversariis ejus quam geometris tam physicis claram inexpugnabilemque reddituris.

Iosephus Polak, Vladimir Golubev, Georgius Svaeschnicov, Constantinus Leontiev, Georgius Boev, Nicolaus Tryphonov.

Anno MCMXXVI

Februarii die XXVI.

Казанский Ветеринарный Институт.

Казанский Государственный Университет имени Ленина В. И.

Ровно сто лет тому назад гениальнейшим ученым Николаем Ивановичем Лобачевским в стенах Казанского Университета был сделан доклад, положивший начало новой, не-эвклидовой геометрии и давший возможность логически мыслить о вещах, находящихся вне времени и вне нашего обычного пространства.

В день столетия этого великого торжества науки Ветеринарный Институт приветствует своего старшего собрата—Казанский Университет, в котором вырос и окреп гений Лобачевского и в котором протекала вся его творческая деятельность, создавшая мировую известность ему и воспитавшему его Казанскому Университету.

Ректор Казанского Ветеринарного Института проф. К. Боль.

Член Правления проф. К. Викторов.

Главная Геофизическая Обсерватория.

Физико-Математическому Обществу при Казанском Университете Главная Геофизическая Обсерватория приветствует Физико-Математическое Общество при Казанском Университете в день славного юбилея появления в свет новой геометрии Н. И. Лобачевского. Событие это имеет общепризнанное значение для мировой науки. Гениальные идеи Н. И. Лобачевского в начале не были признаны и были встречены сочуственно лишь немногими наиболее зоркими и глубокомысленными его современниками. Но последующее развитие науки показало их огромное значение и в современную нам систему научного мировоззрения они входят как неотъемлемая и существенная часть. Честь и слава Казанскому Университету, воспитавшему в своих стенах великого русского ученого Н. И. Лобачевского.

Вр. и. д. Директора Е. Тихомиров.

Ученый Секретарь Б. Извеков.

Казанский Институт Сельского Хозяйства и Лесоводства
В Казанский Государственный Университет
имени В. И. Ленина.

Казанский Институт Сельского Хозяйства и Лесоводства в день столетней годовщины открытия Н. И. Лобачевским Неэвклидовой Геометрии горячо приветствует Казанский Государственный Университет имени В. И. Ленина, в стенах которого появился столь высокий гений, как Н. И. Лобачевский, светило и гордость русской науки.

И. д. Ректора Института, Профессор В. Ищереков.

Казанский Индустриальный Техникум
повышенного типа.

Казанскому Государственному Университету имени В. И. Ульянова-Ленина в день столетнего юбилея открытия неевклидовой геометрии 25 февраля 1926 года.

Казанский Индустриальный Техникум в торжественный день празднования столетнего юбилея открытия Неевклидовой Геометрии Николаем Ивановичем Лобачевским горячо приветствует Казанский Университет и Физико-Математическое Общество с знаменательным днем гениального открытия новых путей в геометрии.

Этот торжественный день—праздник мировой научной мысли—заставляет особенно гордо биться сердца научных работников учебных заведений г. Казани, возглавляемых Университетом, давшим мирового ученого.

Да развивается и крепнет рассадник науки—Казанский Университет, стяжавший себе славу бессмертными трудами Н. И. Лобачевского.

Общество Археологии, Истории и Этнографии при Казанском Университете.

Общество Археологии, Истории и Этнографии при Казанском Государственном Университете имени великого строителя новой социальной жизни В. И. Ульянова-Ленина, с восторгом присоединяется к мировому хору чествования памяти великого строителя новой всеобъемлющей математической науки, открывшей познанию широчайшие горизонты.

Ученые специалисты-математики отдают должное оригинальнейшему из мыслителей, несравненному геометру, заслуги которого, кстати сказать, впервые были оценены по достоинству в нашем же Университете одним из замечательных его профессоров—профессором прикладной математики П. И. Котельниковым.

Но мы, члены Общества Археологии, Истории и Этнографии как специалисты социальных наук обществоведения и краеведения, с особым чувством воспоминаем в Лобачевском и великого общественного деятеля, много поработавшего для организации и усовершенствования Казанского Государственного Университета и для просвещения более широких кругов населения, чем тогдашняя (30-х—40-х годов XIX в.) университетская аудитория, ибо в качестве Ректора он является строителем Университета, построив целый ряд его зданий (Обсерватории, библиотеки, анатомического института, физического кабинета и клиники), а в качестве библиотекаря он стремился допускать в Университетскую библиотеку, равно как и в научные кабинеты Университета, постороннюю публику. А это последнее уже связывало чистую науку не только с „чистой“ публикой, но и вообще с жизнью, с жизнью, разумеется—преимущественно трудящихся.

Эта сторона деятельности гениального геометра позволяет нам благодарно вспоминать о нем, как вообще о большом, жизненно проницательном, смотревшем далеко вперед, человеке положившем начало серьезного строительства культуры в нашем крае и уравнительного пользования ее плодами.

Председатель Общества Археологии, Истории и Этнографии
Профессор Н. Н. Фирсов.

Отдел по делам музеев и охраны памятников искусства, старины и природы Академического Центра ТНКП.

В Казанский Университет.

Отдел по делэм музеев и охраны памятников искусства, старины и природы при Академическом Центре Т.Н.К.П. присоединяется к Вам в этот памятный день 100-летия со дня создания неэвклидовой геометрии Николаем Ивановичем Лобачевским, шлет свой привет и горд мыслью, что имя Лобачевского навсегда связано с Казанью, его лучшими архитектурными памятниками, а его могила находится под охраной отдела.

Председатель Отдела В. Егерев.
Ученый Секретарь П. Корнилов.

Татарское Статистическое Управление.

В Казанский Университет.

Глубоко преклоняясь перед великими достижениями гениального геометра профессора Николая Ивановича Лобачевского, Татарское Статистическое Управление искренне приветствует Казанский Университет с редким праздником Науки и выражает пожелание дальнейшего процветания творческой работы научной мысли на благо всего мира. Да здравствует Казанский Университет на долгие годы.

За Управляющего ТСУ консультант профессор Победоносцев.

Предметная Комиссия по Кафедре и Математики 1-го Московского Университета.

Казанскому Университету и Физико-Математическому Обществу.

Предметная Комиссия по Кафедре Математики 1-го Московского Университета приветствует Казанский Университет и Казанское Физико-Математическое Общество в знаменательный

день столетия создания Неэвклидовой Геомотрии, неразрывно связанной с именем великого русского ученого Николая Ивановича Лобачевского.

Поколебав убеждение доказуемости пятого постулата и незыблемости аксиом Геометрии, Лобачевский проложил путь к современному критическому исследованию основ точных наук.

По образованию и своей научной и педагогической деятельности Лобачевский принадлежит Казанскому Университету, но его гениальные идеи являются достоянием всего человечества.

Пусть воспоминания о великом своем питомце будут для Казанского Университета путеводной звездой к дальнейшим достижениям научной мысли.

Председатель И. Жегалкин.

Зам. Председателя В. Степанов.

Секретарь И. Петровский.

Физико-Техническая Предметная Комиссия Восточного Педагогического Института.

В Физико-Математическое Общество.

Физико-Техническая Предметная Комиссия Восточного Педагогического Института в день столетней годовщины открытия Н. И. Лобачевского Неэвклидовой Геометрии приветствует Физико-Математическое Общество при Казанском Государственном Университете В. И. Ленина.

Председатель Физико-Технической Предметной Комиссии доц. А. Иванов.

Общетеоретическая Предметная Комиссия Иваново-Вознесенского Политехнического Института имени тов. Фрунзе.

Общетеоретическая Предметная Комиссия Иваново-Вознесенского Политехнического Института имени тов. Фрунзе приветствует Казанский Университет и Казанское Физико-Математическое Общество в настоящий знаменательный для науки день, посвященный памяти незабвенного для математиков Николая Ивановича Лобачевского.

Комиссия выражает уверенность, что чистая наука, имеющая столь великое значение для культуры всего человечества, никогда не оскудеет в России, и преподавание теоретических дисциплин будет всегда стоять на должной высоте во всех без исключения Высших Учебных Заведениях.

Председатель Комиссии проф. К. Шапошников.

Зам. председателя комиссии проф. В. С. Феодоров.

17.II 1926.

Нижегородская Радиолаборатория.

Ректору Казанского Университета.

Нижегородская Радиолаборатория поручила мне приветствовать от ее имени Казанский Университет, его Физико-Математический Факультет и Казанское Физико-Математическое Общество в день празднования памяти Н. И. Лобачевского.

Ассистент Г. А. Остроумов.

25-II-26

Ярославское Естественно-Историческое и Краеведческое Общество.

Казанскому Физико-Математическому Обществу.

Физико-Математическая Секция Ярославского Естественно-Исторического и Краеведческого Общества поздравляет Вас с исполнением славного столетнего юбилея со дня первого смелого изложения Лобачевским новых взглядов на основания геометрии, которые создали эру в истории математической мысли. Имя Н. И. Лобачевского, великого Коперника геометрии, будет бессмертным.

Желаем Вам плодотворной работы по расширению и распространению математических знаний, которая будет лучшим памятником великому казанцу.

Всеукраинская Академия Наук.

Физико-Математическому Обществу при Казанском Университете.

Всеукраинская Академия Наук шлет свои поздравления Казанскому Университету по поводу столетия со дня публикования новой геометрии Николая Ивановича Лобачевского.

Открытие этой новой геометрии является несомненно большой эпохой в науке. Непонятые в то время в России гениальные исследования Лобачевского были сразу одобрены великим Гауссом. Знаменательна попытка Гаусса проверить, какая геометрия существует на самом деле в природе—Эвклидова или Лобачевского. Он измерял точными приборами углы геодезического треугольника между тремя отдельными пунктами. В последнее время вопрос о геометрии природы поднялся снова в связи с теорией относительности. Конечно, решение его в ту или другую сторону принадлежит, вероятно, отдаленному будущему, но уже и теперь при теоретических исследованиях в области математики невозможно игнорировать идеи Лобачевского.

Президент ВУАН, академик В. Липский.

Вице-Президент ВУАН, академик С. Ефремов.

Непременный Секретарь ВУАН, академик А. Крымский.

Татпрофсовет Татцик.

Комиссии по проведению юбилея Лобачевского.

Нашим гостям, представителям Центральных и Местных учебных заведений, прибывшим на юбилей Лобачевского в Казань, Пленум Совета Профессиональных Союзов Т.Р. шлет пролетарский привет от имени девяносто тысяч пролетариев Красной Татарии, организованных в Профсоюзы. В настоящий исторический, чрезвычайно важный для всех нас момент, Пленум громко заявляет об успехах в деле достижения наших общих целей и о прочности союза работников физического труда с деятелями, работниками Науки и Техники.

Председатель Татпрофсовета Ратехин.

Кубанский Сельско-Хозяйственный Институт.

Казанскому Государственному Университету.

Совет Кубанского Сельско-Хозяйственного Института, на исходе 7 лет своего существования, с чувством глубочайшего уважения и живейшей радости приветствует Старейший Русский Университет по случаю истекающего в феврале сего года столетия со дня представления воспитанником, Профессором и ректором последнего, Николаем Ивановичем Лобачевским, известного своего доклада: „Exposition succincte des principes de la géométrie“.

Доклад этот и многочисленные последующие работы Николая Ивановича Лобачевского пролили новый свет на природу

пятого постулата геометрии Эвклида—о параллельных линиях и, подчеркнув с еще большей силою логическую чистоту и стройность последней, положили начало Неэвклидовым геометриям, давшим поразительные образцы величия и красоты человеческого духа в логических системах математики—матери современных знаний.

Да здравствует незабвенный Лобачевский—один из славнейших математиков, величие которого познается только в наше время, и да здравствуют в лице его Казанский Университет и Русская Наука, давшие столь выдающегося борца за истину!

Ректор Института, профессор

Члены Совета Института

Студенческий Физико-Математический Кружок Пермского Государственного Университета.

В Физико-Математическое Общество Казанского Государственного Университета.

Президиум студенческого Физико-Математического Кружка Пермского Государственного Университета приветствует Физико-Математическое Общество Казанского Университета и Казанский Университет в день столетия со дня первого выступления Н. И. Лобачевского, знаменитого казанского геометра, с своей новой теорией параллельных и желает Казанскому Физико-Математическому Обществу дальнейшего процветания и развития в духе славных идей и ученых традиций своего гениального предшественника.

Руководитель Студенческого Физико-Математического Кружка профессор С. Слугинов.

Председатель Кружка В. Винокуров.

20/II-1926 г.

Казанский Студенческий Физико-Математический Кружок.

Казанскому Физико-Математическом Обществу при Казанском Государственном Университете им. В. И. Ульянова-Ленина.

Казанский Физико-Математический Кружок в торжественные дни празднования столетия Неэвклидовой Геометрии, этого

блестящего и бессмертного творения Н. И. Лобачевского, приветствует Казанское Физико-Математическое Общество, как своего старшего собрата и желает дальнейшего процветания Общества на пользу просвещения в С.С.С.Р. и во всем мире.

25/II-26 Председатель Нестеров.

За Секретаря А. Щурагин.

Физико-Математическая Предметная Комиссия Рабочего Факультета Казанского Университета.

В Комиссию по организации юбилейных торжеств памяти Лобачевского.

Физико-Математическая Предметная Комиссия Рабочего Факультета Казанского Государственного Университета в день столетия дня рождения Неевклидовой геометрии шлет свое приветствие родному Университету, имевшему в своих славных рядах гениального Лобачевского, и гордится тем, что ее alma mater является не только немым свидетелем, но и одним из проводников в жизнь Его великих идей.

Председатель Комиссии Вл. Берсенев.

Вятская Секция Научных Работников и студенчество Вятского Педагогического Института имени В. И. Ленина.

Казанский Университет, Математическое Общество.

Вятская Секция Научных Работников и студенчество Вятского Педагогического Института имени В. И. Ленина, заслушав на юбилейном заседании доклады о научной деятельности великого геометра Лобачевского, шлет приветствие Казанскому Университету и Физико-Математическому Обществу, отмечая, что русская наука в этот день юбилея получает новое подтверждение ее международного значения.

Председатель Бюро СНР

Представитель студенчества

Секретарь

Нижегородский Кружок Любителей Физики и Астрономии.

Казанскому Университету.

Торжественное заседание членов Нижегородского Кружка Любителей Физики и Астрономии, состоявшееся 7 марта 1926 в честь Н. И. Лобачевского, Нижегородца по рождению, по случаю исполнившегося столетия со дня появления в печати обессмертившей его имя „Воображаемой Геометрии", постановило:

Приветствовать Казанский Университет и выразить глубокое убеждение, что Казанский Университет, в стенах которого учился и работал творец Неевклидовой Геометрии, и в дальнейшей своей деятельности будет следовать заветам Н. И. Лобачевского и воспитывать среди своих питомцев такую же любовь к знанию и способность настойчиво отстаивать добытые ими научные истины, что так ярко характеризует Н. И. Лобачевского.

Председатель В. Мурашев.
Секретарь Г. Горянинов.

Телеграммы.

Баку. Азербаджанский Университет.

Казань. Университет, Физико-Математическое Общество.

Азербаджанский Университет приветствует Казанский Университет со столетним юбилеем открытия геометрии Лобачевского, прославившего русскую науку и Казанский Университет и обеспечившему русскому Копернику геометрии—бесмертие и неувядаемую славу. Ректор Гуляев.

Белгород. Белгородский Математический Кружок.
Казань. Университет. Физико-Математическое Общество.

Белгородский математический Кружок приветствует Казанское Общество со столетним юбилеем геометрии великого Лобачевского. Президиум Кружка Белгород. Педтехникума.

Владивосток. Дальневосточный Университет.
Казань. Университет. Ректору.

Празднуя великую дату русской науки, Государственный Дальневосточный Университет шлет с берегов Тихого Океана

искренние приветствия Казанскому Университету, в стенах которого сто лет тому назад было впервые изложено великим казанским мыслителем новое революционное научное учение. Вспоминая сегодня славное прошлое Казанского Университета, наш Университет вполне уверен в его столь же славном будущем. Залог уверенности—великие питомцы Казанского Университета—Ленин и Лобачевский. Да здравствует Государственный Казанский Университет, его профессура и студенчество.

Ректор Вологдин.

Казань. Университет. Физико-Математическому Обществу.

Празднуя великую дату русской науки, Государственный Дальневосточный Университет приветствует в лице Казанского Физико-Математического Общества ревностного хранителя научного достояния великого казанского мыслителя. Ректор Вологдин.

Ленинград. Гидрологический Институт.

Казань. Государственный Университет.

В день празднования столетия гениальной идеи Лобачевского Гидрологический Институт приветствует Казанский Университет и всех собравшихся по его призыву почтить память великого русского математика. Глушков.

Внук Лобачевского.

Казань. Университет Председателю с'езда.

Приветствую с'езд юбилея деда моего. Нужда не позволяет быть на торжестве. Внук Давид Лобачевский.

Минск. Комиссариат Народного Просвещения Р. С. С. Р.

Казань. Университет.

Le Commisariat du peuple de l'instruction publique de RSSR s'associe à l'Université et à la Société Physico-Mathématique de Kazan pour célébrer le centenaire de la grande découverte de l'éminent géomètre N. I. Lobatschevski, et souhaite que les travaux experimentaux de nos savants se developpent, se propagent et aboutissent au triomphe definitif du travail sur le capital approfondissement des connaissances des masses ouvrières et paysannes

des republiques socialistes soviétiques. Il est à regretter que vu l'invitation tardive le Commissariat du peuple de l'instruction publique de R. S. S. R. n'a pu envoyer son représentant à Kazan.

Le suppléant du comissaire de l'instruction publique Volossevitch.

Москва. Наркомпрос
Казань. Университет. Ректору.

В день столетнего юбилея гениальных идей ученого и мыслителя Лобачевского Наркомпрос приветствует Казанский Университет, выражая твердую уверенность, что славная школа математиков, созданная покойным, продолжит его дело в области математической мысли. Замнаркомпрос Ходоровский.

Ученый Медицинский Совет Наркомздрава и Государственный Научный Институт имени Пастера.
Физико-Математическому Обществу, Университет, Казань.

Ученый Медицинский Совет Наркомздрава и Государственный Научный Институт имени Пастера приветствуют Общество со столетием знаменательного в истории науки, славного для нашей родины и Казанского Университета дня опубликования замечательной работы Лобачевского, и шлют Университету и Обществу пожелания процветания. Тарасевич.

Центральный Совет Секции Научных Работников.
Казань. Госуниверситет.

Центральный Совет Секции Научных Работников приветствует один из старейших университетов с юбилеем Лобачевского, работа которого создала славу не только Университету, но всей русской науке.

Ответственный секретарь Лобода.

Академик Лазарев.
Казань—Университет. Профессору Парфентьеву.

По болезни не могу приветствовать с юбилеем Лобачевского Казанский Университет. Шлю горячие пожелания.

Академик Лазарев.

Московский Текстильный Институт.

Казань—Казанскому Университету.

Ректор, профессора, преподаватели и студенчество Московского Текстильного Института приветствуют Казанский Университет и Казанское Физико-Математического Общество со столетием опубликования 1-ой работы Лобачевского, создавшей эпоху в истории культуры и принесщей неувядаемую славу Казанской Математической Школе и русской науке.

Московский Текстильный Институт.

Всесоюзная Ленинская Библиотека.

Казань. Университет. Математическое Общество.

Всесоюзная Ленинская Библиотека присоединяется к чествованию столетия создания Лобачевским новой геометрии, названной его именем, перестроившей основы этой науки, гордости мировой математической мысли. Директор Невский.

Институт Физики и Биофизики.

Казань. Университет. Профессору Парфентьеву.

Институт Физики и Биофизики горячо приветствует Казанский Университет, в котором создавалась Неэвклидовская Геометрия трудами великого Лобачевского.

Директор академик Лазарев.

Московский Институт Инженеров Транспорта.

Казань. Бессонову. Копия. Университет. Математическое Общество.

Правление МИИТ поручает Вам приветствовать от имени МИИТ Казанский Университет и Математическое Общество по случаю столетия со дня опубликования основной работы Лобачевского. За Председателя профессор Гибшман.

Коммунистическая Академия.

Казань—Университет, Физико-Математический Факультет.

Коммунистическая Академия ЦИК приветствует Казанский Университет со столетием открытия великим русским математиком Лобачевским Неэвклидовой Геометрии. Открытие Лобачевского разрушило тысячелетний предрассудок, дало толчек критической

проработке всей математики и входит в состав строющегося строго научного мировоззрения.

Президиум Комакадемии Владимир Малютин.

Помощник Начальника Главпрофобра Некрасов.

Казань. Университет.

Приветствую Казанский Университет с вековым юбилеем великого открытия Лобачевского. Желаю процветания Университету и Физико-Математическому Обществу.

Помначглвпрофобра Некрасов.

Одесса, Научно-Исследовательская кафедра математики и Кружок Одесских Математиков.

Казань—Физико-Математическому Обществу.

Научно-Исследовательская кафедра математики в Одессе совместно с кружком Одесских Математиков шлет свое поздравление и привет Физико-Математическому Обществу при Казанском Университете по случаю 100 летней годовщины знаменательного в истории науки дня опубликования великого творения славного казанского математика. Профессор Тимченко.

Одесское Общество Естествоиспытателей.

Казань. Университет. Физико-Математическое Общество.

Одесское Общество Естествоиспытателей в день столетней годовщины опубликования труда бессмертного Николая Ивановича Лобачевского, открывшего новые горизонты математическому естествознанию, шлет свой привет и поздравление Физико-Математическому Обществу и славной alma-mater великого казанца.

Профессор Танфильев.

Пулково. Пулковская Обсерватория.

Казань. Университет.

Пулковская Обсерватория приветствует Казанский Университет и Математическое Общество в день столетнего юбилея открытия системы Лобачевского и желает им и впредь с полным успехом идти по стопам знаменитого геометра. Иванов.

Свердловск. Воспитанники Казанского Университета Горин и Смоленский.

Казань. Университет. Президенту Физико-Математического Общества профессору Зейлигеру.

Воспитанники Казанского Университета приветствуют Математическое Общество со столетием знаменательной даты открытия Лобачевским системы Неэвклидовой Геометрии, надеясь, что Казанский Университет и Физико-Математическое Общество теперь и впредь будут служить славным очагом Математических знаний.

Горин, Смоленский.

Симферополь—Крымский Педагогический Институт и Математическое Общество.

Казань. Университет. Ректору.

Крымский Педагогический Институт и Математическое Общество при нем приветствуют Казанский Университет, хранителя научных традиций Лобачевского.

Проректор Сынопалов. Председатель Общества Кованько.

Смоленск. Смоленский Государственный Университет.

Казань. Правление Университета.

Правление Смоленского Государственного Университета приветствует Математическое Общество со столетним юбилеем знаменательного дня, когда Н. И. Лобачевским были впервые провозглашены новые идеи, составившие эпоху в развитии учения о формах пространства. Смелость мысли Лобачевского, его стойкость в борьбе за научные идеи послужат во все времена вдохновляющим началом в искании истины.

Зам. ректора профессор А. Ребиков.

Тверь. Педагогический Институт.

Казань. Университет. Профессору Парфентьеву.

Тверской Педагогический Институт поздравляет Университет со столетним юбилеем открытия Неэвклидовой Геометрии великим Лобачевским и желает Университету дальнейшей славной работы на пользу науки и просвещения. Ректор Никольский.

Томск. Физико-Математическое Общество при Томском Университете.

Казань. Университет. Физико-Математическое Общество.

Физико-Математическое Общество при Томском Университете в день столетия геометрии Лабачевского приветствует Казанский Физико-Математический Факультет и Физико-Математическое Общество.

Председатель профессор Молин.

Секретарь профессор Иванов.

Физико-Математический Студенческий Кружок при Томском Университете.

Казань. Университет.

Физико-Математический Студенческий Кружок Томского Университета приветствует Казанский Университет в день столетней годовщины геометрии Лобачевского.

Правление.

Rektor und Senat der Technischen Hochschule Aachen.

An die Physico-mathematische Gesellschaft der Universität Kazan.

Rektor und Senat der Technischen Hochschule Aachen danken der Universität und der Physico-mathematischen Gesellschaft von Kazan aufrichtig für die liebenswürdige Einladung zu der Lobačewski-Gedenkfeier am 25 Februar 1926. Wenn wir auch keinen Abgeordneten zu der Feier entsenden können, so nehmen wir im Geiste jedoch freudig daran anteil. Die Tat der ersten Erfinder einer nicht-Euklidischen Geometrie hat eine neue Epoche in der Geschichte der Mathematik und der philosophischen Erkenntnis überhaupt eröffnet. Denn sie brachte uns die endgültige Klärung des Axiom-Begriffs und seines Verhältnisses zur Wirklichkeit, die der ganzen modernen Enwickelung der theoretischen exakten Wissenschanschaften zu Grunde liegt. Kazan kann mit Recht darauf stolz sein, den einen dieser kühnen Erfinder seinen Sohn zu nennen. Die Universität und die Physico-mathematische Gesellschaft haben aber auch das wesentliche Verdienst, das Andenken ihres grossen Angehörigen würdig gepflegt zu haben. Wir gedenken mit Dankbarkeit der neuen Gesamtausgabe der Werke Lobačewskis und freuen uns, dass der Lobačewski-Preis, mit dessen erster Verteilung im Jahre 1897 die grossen Namen von Lie und Klein verknüpft sind, zu neuem Leben erstehen wird.

Académie Royale de Belgique.

A Messieurs les Présid nt et Membres de la Société physico-mathématique à l'Université Kazan.

Messieurs,

L'Académie Royale de Belgique regrette de ne pouvoir se faire représenter, le 25 février 1926, à la célébration du centenaire de la découverte de la Géométrie non-Euclidienne.

Elle désire cependant participer à la manifestation organisée par la Société physico-mathématique de Kazan et a décidé d'adresser ses félicitations à cette Société pour l'initiative qu'elle a prise.

L'Académie Royale de Belgique rend donc hommage à la mémoire de l'illustre géométre Lobačewski et s'associe unanimement à la cérémonie par laquelle sa découverte sera glorifiée.

Veuilez agréer, Messieurs, avec les souhaits de l'Académie pour le succés de la solennité du 25 février, l'expression de ma considération la plus distinguée.

Le Sécrétaire perpétuel.

Preussische Akademie der Wissenschaften.

Société Physico-Mathématique à l'Université de Kazan.

Im Auftrage der Preussischen Akademie der Wissenschaften beehre ich mich, der Société Physico-Mathématique à l'Université de Kazan meinen aufrichtigen Dank für die Einladung zur Teilnahme an der Gedächtnisfeier für Lobačewski ausszusprechen. Sogern die Akademie an sich bereit gewesen wäre, Ihrer freundlichen Aufforderung Folge zu leisten, so hat sie sich doch leider unter den gegenwärtigen Verhältnissen ausser Stande gesehen, einen Vertreter zu entsenden.

Der Vorsitzende Sekretär.

R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna.
Classe di Scienze Fisiche.

All'Illustre Signor Presidente della Societá Fisico-Matematica della Universitá di Kazan.

Illustre Signor Presidente,

L'Accademia delle Scienze di Bologna si associa con piacere alla celebrazione della data della scoperta della Geometria noneuclidea per opera del grande geometra russo N. I. Lobačewski.

Essa e lieta di ricordare fra i precursori dell' Autore de „Nuovi fondamenti della Geometria con una completa teoria dellei parallele“ l'italiano Gerolamo Sacheri e di collegare questi noni a quelli di Gauss, di Bolyai, e di Riemann, di Beltrami e di Lie. Ed augura che la rinnovata istituzione del premio Lobačewski valga efficacemente a promuovere quelle più alte conquiste de suo l'aspirazione e l'orgoglio dello spirito umano.

Il Presidente.

INSTITUT DE FRANCE

ACADÉMIE DES SCIENCES

Paris, le 11 février 1926.

Le Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences à Monsieur le Président de la Société physico-mathématique de l'Université de KAZAN.

Monsieur le Président,

Par une circulaire en date du 29 décembre 1925, vous avez bien voulu inviter l'Académie des sciences à participer à la célébration le 23 février prochain, à Kazan, du centenaire de la découverte de la géométrie non euclidienne par N.I. LOBACZEWSKI.

L'Académie des sciences, en sa séance du 3 février 1926, m'a chargé d'exprimer à la Société physico-mathématique ses félicitations à l'occasion de cette cérémonie, et ses regrets de ce qu'il ne lui est possible d'y déléguer aucun de ses membres.

Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'assurance de ma très haute considération

Emile Picard

19

Rheinische Friedrich Wilhelms Universität Bonn.

An Président de la Société Physico-Mathématique Herrn Prof. D. N. Seeliger.

Zur Feier der Entdeckung der Nicht-Euklidischen Geometrie durch Nikolaus Lobatschefskij, der damit für immer seinen Namen mit denen von Gauss und Johann Bolyai verbunden hat, senden herzliche Glückwünsche.

Der Rektor Dyroff

und die Mathematiker der Universität Bonn.

Mathematisches Colloquium der Universität Breslau.

An die Physico-mathematische Gesellschaft in Kazan.

Nach einem Vortrage von Professor Friedrich Schur über die Grundlagen der Lobatschewskijschen Geometrie huldigt das Mathematische Colloquium der Universität Breslau dem Andenken des grossen Russischen Geometers N. I. Lobatschewskij, und sendet zur bevorstehenden Gedenkfeier der Physico-mathematischen Gesellschaft in Kazan kollegiale Grüsse und herzlichen Glückwunsch. Heil der Russischen Mathematik!

Prof. Dr. Ing. A. Kneser,

Korr. Mitglied der Russichen Akademie der Wissenschaften.

Magyar Tudományos Akadémia.

Academia Litterarum Hungarica Universitati Kazaniensi.

S. D. P.

Academia nostra pro litteris gratissimis, quibus memoriam immortalem inventorum geometriae absolutae, Lobatschewskii vestri et Johannis Bolyay nostri, pio animo renovastis, gratias agit maximas.

Budapestini die 16 Martii ann. MCMXXVI.

Praeses Secretarius

Akademie der Wissenschaften in Wien.

An die Société Physico-Mathématique à l'Université de Kazan.

Sehr geehrte Herren!

Die Wiener Akademie der Wissenschaften dankt Ihnen vielmals für Ihre freundliche Einladund zu der Feier, die dem Gedächtniss der Entdeckung der nicht-euklischen Geometrie durch

N. I. Lobacewski

gewidmet sein soll.

Die Akademie bedauert es ungemein, durch die Grösse der räumlichen Entfernung an der Entsendung eines Vertreters verhindert zusein, schliesst sich aber der Feier in verehrungsvollem Gedenken des genialen russischen Mathematikers an, dessen unsterbliches Werk nicht nur für die weitere Entwickelung der Geometrie, sondern auch für die moderne physikalische Naturauffassung von grundlegender Bedeutung wurde.

Der Generalsekretär.

Sächsische Technische Hochschule.

An die Universität Kasan.

Rektor und Senat der Technischen Hochschule Dresden sich durchdrungen von der Grösse der Bedeutung, die die Entdeckung der Nicht-Euklidischen Geometrie als Abschluss jahrhundertelanger Bemühungen um den logischen Aufbau und als wirkungsvollen Anstoss zu neuen Entwickelungen der Geometrie besitzt. Sie beglückwunschen die Universität Kazan dazu, dass sie einen der scharfsinnigen Entdecker zu denen zählen darf, die an ihr gelehrt und gewirkt haben und nehmen im Geiste regen Anteil an der zu Ehren von N. I. Lobacewski veranstalteten Hundertjahrfeier.

Rektor und Senat der Technischen Hochschule.

Royal Society of Edinburgh.

Professor D. N. Seiliger, President, Physical-Mathematical Society, University of Kazan.

I am directed by the Council of the Royal Society of Edinburgh, to acknowledge the receipt of your letter of invitation to the celebration which the University of Kazan proposes to hold in memory of the illustrious Lobachevski.

This Society is fully conscious of the immense realms thrown open to the human intellect by the ideas and discoveries of Lobachevski, and desires to tender its warm congratulations to the University on the occasion.

I am to say that the Society regrets that difficulties of distance and time would prevent it from participating by a personal representative on the occasion.

With great respect

I am Sir, General Secretary, R. S. E.

Your obedient servant

Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

An die Physiko-mathematische Gesellschaft der Universität Kasan.

Die Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften hat mit grossem Interesse davon Kenntnis genommen, dass die Physiko-mathematische Gesellschaft der Universität Kasan am 25 Februar d. Js. eine Gedächtnisfeier der Entdeckung der Nichteuklidischen Geometrie durch N. I. Lobačewski veranstaltet. Sie dankt für die Einladung zu dieser Feier und bedauert aufrichtig, dass die grosse Entfernung es ihr unmöglich macht, sich bei der Feier, die sie mit ihrer vollsten Sympathie begleitet, vertreten zu lassen.

Vorsitzender Sekretär.

The University Cambridge.

Prof. D. N. Seiliger. University. Kazan.

My dear President,

The Council of the University had before them this morning your gracious invitation to attend the Celebrations of 25 February in honour of the memory of N. I. Lobačewski. Unfortunately the date falls in the middle of our term and it is impossible for us to appoint a delegate.

May I on behalf of the University express the hope that the Celebrations will be successful.

I am Yours sincerely

A. C. Sevard, Vice-Chancellor.

Sächsische Akademie der Wissenschaften.

An die Société Physico-mathématique à l'Université de Kazan.

Die Sächsische Akademie der Wissenschaften sendet der Société Physico-mathématique à l'Université de Kazan zu dem bedeutungsvollen Gedenktage, den sie am 25 d. M. begehen wird, ihre besten Grüsse und Glückwünsche. Einen Vertreter zu entsenden, ist ihr bei der kurzen Zeit und der grossen Entfernung leider nicht möglich.

Möge sich an die glorreiche Vergangenheit eine ebenso glorreiche Zukunft anschliessen.

Der vorsitzende Sekretär.

Institut Mathématique et la Société Polonaise des Mathématiques à l'Université de Cracovie.

Chers Messieurs,

À l'anniversaire glorieux pour l'Université et la Société Physico-Mathématique de Kazan, l'Institut Mathématique de Cracovie et la Société Polonaise des Mathématiques ont l'honneur de joindre ses félicitations à celles de tout le monde scientifique admirant la grande Oeuvre de Lobaczewski.

Veuillez agréer, Messieurs, les termes de notre considération la plus distinguée.

Prof. Dr. Vitold Vilkosz, directeur de l'Institut Mathématique à l'Université de Cracovie.

Dr. Tadeusz Vazienski, sécrétaire de la Société Polonaise des Mathématiques.

University College, London.

Prof. D. N. Seiliger, President of the Société Physico-Mathématique, University of Kazan.

Sir,

I write on behalf of the University College Committee to convey the thanks of the Committee de la Société Physico-Mathématique of the University of Kazan for their invitation to the University College Committee to send a representative to be present at the Mathematical Congress to be held on 25th February, at Kazan, in commemoration of the discoveries of N. I. Lobačewski.

The College Committee greatly regret that the shortness of time makes it quite impossible for them to sent a representative to

À la Société Physico-Mathématique
de l'Université de Kazan.

L'Académie royale des Sciences de Suède saisit avec le plus vif empressement l'occasion que, par votre lettre d'invitation du 29 décembre dernier, vous offrez de célébrer avec vous le centenaire de la découverte de la Géométrie Non-Euclidienne par N. I. Lobačevski.

Empêchés d'envoyer un représentant pour prendre part à la cérémonie que vous projetez, nous vous prions de bien vouloir trouver dans ces lignes l'expression de notre admiration pour le célèbre savant dont vous fêtez la mémoire.

Au nom de l'Académie Royale des Sciences de Suède

Theodor Odhner

Stockholm le 14 février 1926 secrétaire adjoint

be present at this interesting and important gathering in honour of the great work done by N. I. Lobačewski for mathematical science.

It is their hope that the Conference will be one of great success and value in the promotion of mathematical science.

I beg to remain, Sir, Yours faithfully,

Chairman of the University College Committee.

Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales—Madrid.

Senor Profesor D. N. Seiliger.

Respetable senor:

La Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales de Madrid ha recibido la circular en que se le comunica que el 25 del actual mes de Febrero se ha de commemorar en Kazan la fecha memorable en la ciencia matemática del descubrimiento de la Geometria No-Euclidea hecho por el gran geómetra N. I. Lobačewski en 25 de Febrero de 1826.

Esta Real Academia, en la imposibilidad de concurrir a la celebratión de los actos que prepara la Sociedad Físico-Matemática en la Universidad de Kazan en honor del gran geómetra, se adhiere a ellos, y hace votos por el brillo de la conmemoración proyectada y el progreso de la Ciencia.

Tengo la honra de comunicar a Vd.—senor Profesor Seiliger—este acuerdo de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Madrid 12 Febrero de 1926.

El Secretario general José M. de Maduriaga.

Universität München.

An die Physikalisch-Mathematische Gesellschaft an der Universität Kazan.

Die Universität München sendet der Universität Kazan und der dortigen Physikalisch-Mathematische Gesellschaft ihre herzlichen Glückwünsche zur Feier, die am 25 Februar 1926 zu Ehren N. I. Lobačewski's in Kazan geplant ist.

Als Lobačewski vor hundert Jahren seine ersten Untersuchungen über die Principien der Geometrie veröffentlichte, waren die Menschen auf der Erde gezählt, die im Stande oder auch nur

Willens waren, seinen Gedanken zu folgen. Es dauerte aber nicht lange und die nichteuklidische Geometrie verwandelte sich unter den Händen von Lobačewski selbst, von C. F. Gauss und J. Bolyai, von B. Riemann, später von Beltrami und F. Klein in die Disciplin, die nicht nur wegen ihrer Abgeschlossenheit und Schönheit allgemein bewundert wurde, sondern die auch Anlass von wichtigen Entdeckungen in der Analysis geworden ist.

In der neuesten Zeit endlich, hat die Theorie der allgemeinen Massbestimmung des Raumes, die aus der nichteuklidischen Geometrie Lobačewskis entstanden ist, auch für das Bild, das wir heute von der objectiven Welt entwerfen, die Bedeutung wiedergefunden, die Lobačewski vorschwebte, als er seine unsterbliche Entdeckung machte. Die Gedanken Lobačewskis fahren auch nach einem Jahrhundert noch fort für die Fortschritte der Wissenschaft lebendig und nützlich zu sein.

Der Dekan

Bayerische Akademie der Wissenschaften.

Die Bayerische Akademie der Wissenschaften sendet der Universität Kasan und der physiko-mathematischen Gesellschaft zu Kasan die besten Glückwünsche zur Jubelfeier von Nikolaj Iwanowitsch Lobatschefsky.

In den hundert Jahren, die seit der ersten Veröffentlichung Lobatchefsky's über die Principien der Geometrie verflossen sind, hat die dort niedergelegte allgemeinere Auffassung der Massverhältnisse des Raumes — in den Händen von Lobatchefsky selbst, von Karl Friedrich Gauss, von Johan Bolyai und dann von Bernhard Riemann entwickelt—sich langsam aber stetig durchgesetzt und ist heute durch Einbeziehung des Zeitmasses in die Massbestimmung einer Raum-Zeit-Welt der Ausgangspunkt der allgemeinen Relativitätstheorie geworden, das glänzendste Zeugnis von der Tiefe und Tragweite jener ersten schöpferischen Gedanken und ihr grösster Erfolg.

Der Präsident der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
Der Sekretär der mathematisch-physikalisch Klasse
Dr. W. von Dyck.

München, den 11 Februar 1926.

Wadham College Oxford. Februar 10, 1926.

Professor D. N. Seiliger.

Dear Sir,

The Registrar gave me, on Monday last, only your letter of December 29, which I believe he has already ackuowledged. It would have been impossible in any case for the University to send a representative to your celebrations; but I schould like, in the name of our Governing Body, the Hebdomadal Council, to congratulate you on the celebration of the anniversary of so distinguished an alumnus as N. Lobačewski. In this celebration, all those who are concerned with the progress of mathematical knowledge are interested.

If this letter arrives too late to be read at your celebration, I hope that you will convey the substance of it to the present Mathematical teachers of your University. With good wishes for your success in the future, believe me,

Yours faithfully, J. Wells,

Vice-Chancellor.

R. Università di Pavia.

Il.-mo Signor Presidente della Società Fisico-Matematica Università di Kazan.

Questo Senato Accademico è lieto di associarsi alla celebrazione, che codesta Università si accinge a fare il 25 corrente mese, della data secolare della scoperta della Geometria non euclidea, avvenuta ad opera del geometra di Kazan N. I. Lobačewski, scoperta memorabile per la Scienza e particolarmente gloriosa per codesto Ateneo.

Con ossequi cordiali

il rettore Ottorino Rossi

Institut de France. Académie des Sciences.

Les Sécrétaires perpétuels de l'Académie des sciences à Monsieur le Président de la Société physico-mathématique de l'Université de Kazan.

Monsieur le Président,

Par une circulaire en date du 29 décembre 1925, vous avez bien voulu inviter l'Académie des sciences à la célébration le 25 février prochain, à Kazan, du centenaire de la découverte de la géométrie non euclidienne par N. I. Lobačewski.

L'Académie des sciences en sa séance du 8 février 1926, nous a chargés d'exprimer à la Société physico-mathématique ses féliciations à l'occasion de cette cérémonie, et ses regrets de ce qu'il ne lui est possible d'y déléguer aucun de ses membres.

Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'assurance de notre haute considération.

R. Accademia dei Lincei. Roma.

Chiarissimo Sig. Prof. D. N. Seiliger. Università Kazan.

Chiarissimo Sig. Presidente,

Questa R. Accademia Nazionale dei Lincei ha ricevuto il cortese invito trasmessole da cotesta Società Fisico-Matematica, per le due Commemorazioni che saranno fatte il 25 prossimo all'Università di Kazan, del grande geometra N. I. Lobačewski.

E mentre la nostra Accademia ringrazia per il suddetto invito, si associa di gran cuore alle onoranze che tributansi all'illustre matematico, il cui glorioso nome è legato alla scoperta della Geometria non-Euclidea.

Voglia gradire, chiarissimo sig. Presidente, i sensi della mia osservanza.

Il Presidente Vito Volterra.

Universität Rostock.

An die Physikalisch-Mathematische Gesellschaft in Kazan.

Die Universität Rostock dankt verbindlichst für die freundliche Einladung zum 25 Februar d. Js.. Sie nimmt in ihren Gedanken teil an der grossen Bedeutung der Lobacewski'schen Entdeckung, ist aber leider nicht in der Lage, einen Vertreter die weite Reise machen zu lassen.

Rektor und Konzil.

Royale Académie des Sciences de Suède

À la Société Physico-Mathématique de l'Université de Kazan.

L'Académie Royale des Sciences de Suède saisit avec le plus vif empressement l'occasion que, par votre lettre d'invitation du 29 dé-

cembre dernier, vous offrez de célébrer avec vous le centenaire de la découverte de la Géometrie Non—Euclidienne par N. I. Lobačewski.

Empêchés d'envoyer un représentant pour prendre part à la cérémonie que vous projetez, nous vous prions de bien vouloir trouver dans ces lignes l'expression de notre admiration pour le célébre savant dont vous fêtez la mémoire.

Au nom de l'Académie Royale des Sciences de Suède
Sécrétaire.

Regia Universitá degli Studi Economici e Commerciali di Trieste.

A Monsieur le Président de la Société Physico-Mathématique,
Université Kazan.

Monsieur le Président,

Nous sommes très touchés de l'aimable invitation que vous avez bien voulu nous adresser à l'occasion du centenaire de N I. Lobačewski, le célèbre père spirituel de la géométrie non-euclidienne. En vous remerciant chaleureusement de la pensée délicate exprimée par votre circulaire et en vous félicitant de la restauration des concours internationaux au prix Lobačewski, nous sommes forcés de nous borner à vous exprimer ainsi qu'à la glorieuse Université de Kazan par écrit nos voeux les plus sincères d'un avenir toujours aussi brillant que par le passé; puissent votre célèbre Société et votre vénèrable Papinière de savants de renommée mondiale jouir d'une prospérité de plus croissante à l'avantage de votre pays et de la Science de l'Humanité tout entière: tel est le souhait que vous présente au nom de l'Université Royale des Études Economiques et Commerciales de Trieste avec l'assurance de la plus haute considération et de la plus franche amitié.

p. Le Recteur, Filippo Sibirani
professeur de Mathématiques.

Accademia Reale delle Scienze di Torino.

M. le Président de la Société physico mathématique de Kazan.

La Reale Accademia delle Scienze di Torino en remerciant bien cordialement les collègues de la Société Physico-Mathématique de Kazan pour l'invitation à prendre part à la célébration de la date mémorable de la découverte de la Géométrie non Euclidienne, due

aux efforts de M. le prof. Lobacewski de Kazan, adhére avec enthousiasme à la riévocation d'une découverte qui a rendu de si grands services à la science. Avec les salutations les plus empressés

Le Sécrétaire prof. Mattivolo Oreste.

Académie des Sciences, Inscriptions et BellesLettres de Toulouse.

Monsieur le Président de la Société Physico-Mathématique, Kazan.

Monsieur le Président,

En reponse à votre lettre du 29 décembre 1925 qui nous est récemment parvenue et dont l'Académie a pris connaissance dans sa dernière réunion j'ai l'honneur de vous exprimer, en vous remerciant de votre invitation, le regret que notre Compagnie éprouve de ne pouvoir se faire représenter à la cérémonie du 25 février 1926, par laquelle votre Société et l'Université de Kazan se proposent de commémorer la découverte de la Céométrie non-euclidienne par l'illustre géométre Lobačewsky.

L'Académie sait toute l'importance qu'a eue cette découverte dans l'histoire de la science et elle vous félicite d'avoir eu la pensée d'en célébrer le centenaire.

Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'expression de mes sentiments les plus distingués.

Le Sécrétaire perpétuel, H. Duméril.

Universität Zürich.

Monsieur le Professeur D. N. Seiliger, Président de la Société Physico-Mathématique à l'Université de Kazan.

Monsieur,

L'Université de Zürich remercie vivement à la Société Physico-Mathématique à l'Université de Kazan de son invitation à la célébration du centenaire du grand Mathématicien russe Lobačewski.

A cause de son éloignement elle n'est malheureusement pas en état d'envoyer un délégué à cette solennité. Mais elle aimerait exprimer de façon toute spéciale la part quelle prend à la fête du centenaire d'un homme de science tel que Lobačewski, dont importance dans le domaine des mathématiques va toujours croissant et qui, par la découverte du système qui porte son nom, a rendu à la science un service incomparable.

Veullez à croire nos voeux les plus sincères pour une belle et précieuse journée et agréez, Monsieur le Président, les salutations distinguées de votre devoué

Recteur de l'Université de Zürich.

Телеграммы.

Université de Varsovie

Recteur Université Kazan.

L'Université de Varsovie participe à la célébration du centenaire de Lobaczewski et rend l'hommage à ses mérites dans l'oeuvre de la découverte et d'élaboration des fondements de la géométrie non enclidienne.

Recteur Pienkowski.

Société Polonaise Mathématique, Section Varsovie.

Société Mathématique Kazan

Société Polonaise Mathématique, Séction Varsovie, s'associe à grand fête de commémoration Lobaczewski.

Président Mazurkiewicz.

Académie Polonaise des Sciences et des Lettres à Cracovie.

Société Physico-Mathématique. Université. Kazan.

Académie Polonaise des Sciences et des Lettres à Cracovie a l'honneur d' adresser à l'Université et à la Société ses meilleures félicitations à l'occasion du centenaire de la découverte de la géométrie non-euclidienne par le célébre géométre de Kazan Lobaczewski.

Ceska Akademie.

Universita Kazan.

K významnému výroč Matematického objevu N. I. Lobačevskeho jimž se proslavilo pro všechny veky jméno slovanské vyslovuje Ceská Akademie Ved a Umeni svou sympatii a práni zdaru v mysli vededcke pràci Ruské.

President Zubaty,

Generalni tajemnik Kadlec.

Софийският Университет.

Софийският Университет поздравлява найсердечно Казанския Университет и Физико-Математическото Дружество при него по случай стогодишнината от откриването на Невклидовата геометрия от гиниальния руски геометр Лобачевски.

Ректор Петков.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

стр.

Исторический архивный документ, устанавливающий дату открытия Неэвклидовой Геометрии Н. И. Лобачевским (Автотипия с подлинника) 4
Перевод документа на французский язык 5
Отчет Юбилейной Комиссии 7
Протоколы торжественных заседаний 13
Речь Ректора Университета проф. А. И. Луньяк . 19
Речь заслуженного проф. А. В. Васильева „Н. И. Лобачевский и его заветы“ 21
Речь профессора Н. И. Парфентьева „Неэвклидова Геометрическая система Н. И. Лобачевского и ее роль в истории развития физико-математических наук“ 34
Речь Вице-Президента Академии наук В. А. Стеклова 56
Речь проф. В. Ф. Кагана 59
Приветствия различных учреждений, ученых Обществ, Университетов и отдельных лиц как русских так и заграничных 67

Иллюстрации.

Портрет Н. И. Лобачевского работы В. Щеголькова (1820-е годы) из Собрания Геометрического Кабинета Казанского Государственного Университета (деталь) 2
Портрет Н. И. Лобачевского работы Л. Д. Крюкова (Вторая половина 1840-х годов) из Собрания Центрального музея ТССР 55
Репродукция адреса Французской Академии наук из Парижа 95
Репродукция адреса Шведской Академии Наук из Стокгольма 101

Графические украшения настоящего издания, напечатанные на страницах: 3, 12, 15, 20, 33, 58, 66, 92, 110, 111, 112 и обложке, заимствованы из Казанских изданий современных Н. И. Лобачевскому.

Table des matières.

Document historique d' Archives qui fixe la date de la découverte de la Géométrie Non-Euclidienne par N. I. Lobačewski 4

Traduction française du document 5

Rapport de la Commission jubilaire 7

Procès-verbaux des Séances solennelles 13

Discours de M-eur le Recteur de l'Université, prof. A. J. Louniak 19

Discours de M-eur le prof. émérite A. W. Wassilieff „N. I. Lobačevski et ses voeux" 21

Discours de M-eur le prof. N. Parfentieff „Système de la Géométrie Non-Euclidienne de N. I. Lobačewski et son rôle dans l'histoire du développement des Sciences Physico-Mathématiques" 34

Discours de M-eur le Vice-Président de l'Académie des Sciences W. A. Stekloff 56

Discours de M-eur le prof. B. Th. Kagan 59

Adresses et dépêches russes et etrangères envoyées á Kazan à l'occasion de la fête 67

Illustrations.

Portrait de „N. I. Lobačewski" éxecuté dans les vingtièmes années du XIX siècle par le peintre W. Schégolkoff (De la Collection du Cabinet Géométrique de l'Université de Kazan) 2

Portrait de „N. I. Lobačewski" éxecuté dans les quarantièmes années du XIX siècle par le peintre L. D. Krukoff. (De la Collection du Musée Central de la République Tartare) . 55

Réproduction de l'adresse de la part de l'Académie des Sciences de Paris 95

Réproduction de l'adresse de la part de l'Académie de Suède de Stockholm 101

Les ornements graphiques sur les pages 3, 12, 15, 20, 33, 58, 66, 92, 110, 111, 112 et sur la couverture du livre sont tous de l'époque de N. I. Lobačewski.

Цена 2 руб.